

**ANALISIS PENGARUH PERAWATAN MEDIS
PADA MODEL PENYEBARAN PENYAKIT COVID-19**

Satiti Meyyani

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman

Wuryatmo A. Sidik*

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman
wuryatmo.sidik@unsoed.ac.id

Renny

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman

ABSTRACT. *This research aims to find out the spread of Covid-19 disease by adding medical treatment. The model used is $SEIH_1H_2R$ model. The population is divided into six subpopulations, there are susceptible subpopulation, exposed subpopulation, infected subpopulation, infected subpopulation with comorbid that were hospitalized, infected subpopulation without comorbid that were hospitalized, and recovered subpopulation. The completion of $SEIH_1H_2R$ model is qualitatively analyzing the stability of equilibrium point. The Covid-19 $SEIH_1H_2R$ model produces two equilibrium points, the disease-free equilibrium point and endemic equilibrium point. The numeric simulation shows that when birth rate is 0,0125, transmission rate is 0,5, rate of hospitalized individuals with comorbid 0,9, rate of hospitalized individuals without comorbid is 0,9, rate of progression from exposed to infected is 0,5, death rate is 0,0833, and recovery rate is 0,0556, then the basic reproduction number is 0,2695. That means, the disease in the population will disappear. However, when the rate of hospitalized individuals with comorbid is 0,09 and the rate of hospitalized individuals without comorbid is 0,09, basic reproduction number is 2,4439. That means, the disease will spread in the population. Based on simulation, it can be concluded that the greater the rate of infected individuals with comorbid and those without comorbid who were hospitalized, the faster the population reaches non-endemic state.*

Keywords. *Covid-19, $SEIH_1H_2R$ Model, Medical Treatment, Basic Reproduction Number, Equilibrium Point Stability.*

ABSTRAK. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh perawatan medis. Model yang digunakan adalah model $SEIH_1H_2R$. Populasi dibagi menjadi enam subpopulasi yaitu subpopulasi rentan, subpopulasi terpapar, subpopulasi terinfeksi, subpopulasi terinfeksi dengan komorbid yang mendapatkan perawatan medis, subpopulasi terinfeksi tanpa komorbid yang mendapatkan perawatan medis dan subpopulasi sembuh. Penyelesaian model $SEIH_1H_2R$ dilakukan secara kualitatif yaitu menganalisis kestabilan titik ekuilibrium. Model Covid-19 $SEIH_1H_2R$ menghasilkan dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium non endemik dan titik ekuilibrium endemik yang stabil asimtotis apabila memenuhi syarat tertentu. Hasil

simulasi numerik menunjukkan bahwa ketika tingkat kelahiran bernilai 0,0125, tingkat penularan bernilai 0,5, tingkat individu komorbid yang dirawat bernilai 0,9, tingkat individu tanpa komorbid yang dirawat bernilai 0,9, tingkat individu terpapar menjadi terinfeksi bernilai 0,5, tingkat kematian bernilai 0,00833 dan tingkat kesembuhan bernilai 0,0556 maka, bilangan reproduksi dasar akan bernilai 0,2695. Artinya, penyakit dalam populasi akan menghilang. Namun ketika tingkat individu komorbid yang dirawat bernilai 0,09 dan tingkat individu tanpa komorbid yang dirawat bernilai 0,09, bilangan reproduksi dasar akan bernilai 2,4439 yang mengakibatkan penyakit akan mewabah. Berdasarkan simulasi dapat disimpulkan bahwa semakin besar tingkat individu terinfeksi dengan komorbid maupun tanpa komorbid yang mendapatkan perawatan medis, maka semakin cepat populasi mencapai keadaan non endemik.

Kata Kunci. Covid-19, Model $SEIH_1H_2R$, Perawatan Medis, Bilangan Reproduksi Dasar, Kestabilan Titik Ekuilibrium.

1. PENDAHULUAN

Tahun 2019 dunia digemparkan dengan penemuan pandemik baru yang dinamakan *Corona Virus Disease-19* (Covid-19). Covid-19 merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus *SARS-CoV-2* yang menyerang sistem pernapasan pada manusia. Pada bulan Juni 2021, jumlah kasus Covid-19 di seluruh dunia menurut *World Health Organization* (WHO) melampaui 177 juta kasus dengan jumlah kematian lebih dari 3 juta jiwa. Di Indonesia, pada bulan Juni 2021, jumlah kasus Covid-19 mencapai 1 juta kasus dengan jumlah kematian mencapai 52 ribu jiwa (WHO, 2021). Angka kematian atau *Case Fatality Rate* (CFR) akibat Covid-19 di Indonesia berada pada kisaran 2,8 % (Kemenkes, 2021). Manusia yang terkena penyakit Covid-19 dapat mengalami gangguan sistem pernapasan sampai dengan kematian. Karena penyakit ini merupakan penyakit yang berbahaya, maka perlu dilakukan pemantauan lebih lanjut terhadap penyakit ini.

Pemantauan penyebaran penyakit Covid-19 dapat dilakukan dengan berbagai cara, salah satunya yaitu membangun sebuah model matematika. Terkait dengan model penyebarannya, beberapa peneliti telah mengkaji tentang penyebaran penyakit ini. Seperti kajian yang dilakukan oleh Handayanto dan Herlawati (2020) tentang efektifitas Pembatasan Sosial Berskala Besar (PSBB) di Kota Bekasi dalam mengatasi Covid-19 dengan model SIR. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Sari dan Arfi (2021) yang menjelaskan tentang analisis dinamik model SIR pada kasus penyebaran penyakit Covid-19. Model penyebaran

penyakit sejenisnya yang disebabkan oleh Covid-19 dilakukan oleh Carcione dkk (2020) tentang simulasi epidemi Covid-19 dengan menggunakan model SEIR.

Dalam penelitian ini, penulis akan mengembangkan penelitian yang dilakukan oleh Carcione, dkk (2020) dengan menambahkan variabel perawatan medis. Perawatan medis akan diberikan kepada individu terinfeksi dengan gejala klinis dengan gangguan pernapasan akut yang akan dibedakan berdasarkan ada atau tidaknya penyakit bawaan (komorbid). Individu yang terinfeksi Covid-19 tanpa komorbid akan mendapatkan perawatan medis berupa pemberian antivirus. Sedangkan untuk individu yang terinfeksi Covid-19 dengan komorbid akan mendapatkan perawatan medis berupa pemberian antivirus dan pengobatan komorbid terkait. Hasil yang diperoleh akan disimulasikan menggunakan *software Maple 13*.

2. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan oleh penulis adalah studi pustaka yaitu dengan cara mempelajari dan mengumpulkan teori-teori yang relevan berdasarkan buku, jurnal, dan skripsi yang berkaitan, kemudian menerapkannya pada model penyebaran penyakit. Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini yaitu 1) Menentukan asumsi-asumsi yang sesuai untuk model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh perawatan medis. 2) Mengidentifikasi variabel-variabel dan parameter-parameter yang digunakan untuk model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh perawatan medis. 3) Mengkonstruksi model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh perawatan medis. 4) Mencari titik ekuilibrium pada model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh perawatan medis. 5) Mencari bilangan reproduksi dasar pada model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh perawatan medis. 6) Menganalisis titik ekuilibrium model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh perawatan medis. 7) Melakukan simulasi numerik pada model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh perawatan medis.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Asumsi Model

Model matematika yang digunakan untuk mengetahui bentuk penyebaran penyakit Covid-19 adalah model SEIR dari Carcione, dkk (2020) dengan menambahkan variabel perawatan medis. Model tersebut dikembangkan menjadi 6 subpopulasi yaitu *Susceptible* (S) yaitu individu rentan terhadap penyakit, *Exposed* (E) yaitu individu terpapar dalam masa inkubasi, *Infected* (I) yaitu individu terinfeksi dengan gejala klinis yang membutuhkan perawatan medis, *Hospitalized* (H) individu terinfeksi yang mendapatkan perawatan medis, dimana kompartemen ini dibagi menjadi dua subpopulasi yaitu individu terinfeksi yang mendapatkan perawatan medis dengan komorbid (H_1) dan individu terinfeksi yang mendapatkan perawatan medis tanpa komorbid (H_2), serta *Recovered* (R) yaitu individu yang telah sembuh.

Asumsi pembentukan model matematika dari penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh perawatan medis yaitu populasi diasumsikan konstan dan tertutup, tingkat kelahiran dan kematian alami diasumsikan sama tiap satuan waktu, individu yang baru lahir masuk ke dalam kelompok individu rentan, penyakit dapat menyebabkan kematian, individu terinfeksi merupakan individu yang terkena Covid-19 disertai gejala klinis dengan gangguan pernapasan akut yang membutuhkan perawatan medis, individu terinfeksi Covid-19 yang mendapatkan perawatan medis dibagi menjadi dua, yaitu Individu terinfeksi yang mendapatkan perawatan medis dengan komorbid dan Individu terinfeksi yang mendapatkan perawatan medis tanpa komorbid, individu terinfeksi Covid-19 dan individu yang mendapatkan perawatan medis dapat meninggal akibat penyakit, individu terinfeksi Covid-19 dan individu yang mendapatkan perawatan medis dapat sembuh dari penyakit, dan individu yang telah sembuh mempunyai kekebalan terhadap penyakit.

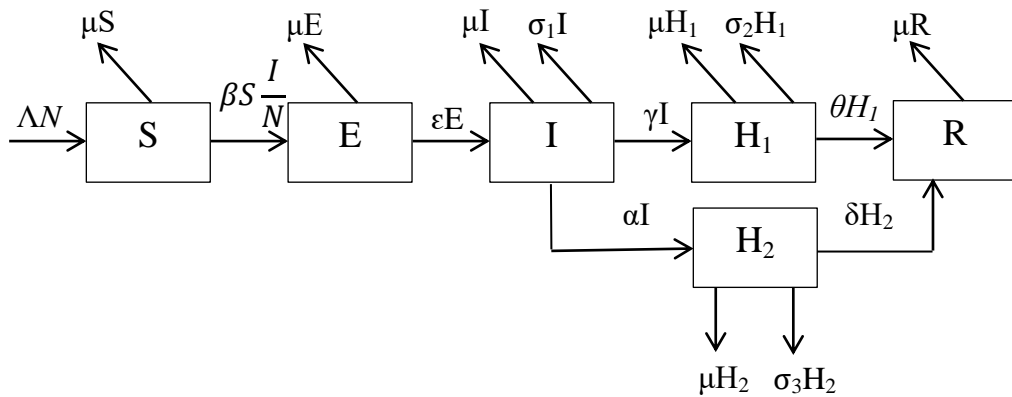
3.2 Variabel dan Parameter

Variabel dan parameter yang digunakan dalam penelitian ini diantaranya jumlah populasi (N), jumlah individu rentan (S), jumlah individu terpapar dalam masa inkubasi (E), jumlah individu terinfeksi (I), jumlah individu terinfeksi

penyakit dengan komorbid yang mendapatkan perawatan medis (H_1), Jumlah individu terinfeksi penyakit tanpa komorbid yang mendapatkan perawatan medis (H_2), jumlah individu yang sembuh dari penyakit (R), tingkat kelahiran (Λ), tingkat kematian alami (μ), tingkat penularan penyakit (β), tingkat individu terpapar menjadi individu terinfeksi (ε), tingkat kematian individu terinfeksi yang disebabkan oleh penyakit (σ_1), tingkat individu terinfeksi dengan komorbid yang mendapatkan perawatan medis (γ), tingkat individu terinfeksi tanpa komorbid yang mendapatkan perawatan medis (α), tingkat kematian akibat penyakit dengan komorbid yang mendapatkan perawatan medis (σ_2), tingkat kematian akibat penyakit tanpa komorbid yang mendapatkan perawatan medis (σ_3), tingkat kesembuhan dari individu terinfeksi dengan komorbid yang mendapatkan perawatan medis (θ), dan tingkat kesembuhan dari individu terinfeksi tanpa komorbid yang mendapatkan perawatan medis (δ).

3.3 Konstruksi Model

Berdasarkan asumsi model, proses penyebaran Covid-19 dengan pengaruh perawatan medis dapat digambarkan pada diagram kompartemen berikut.



Gambar 1. Diagram kompartemen penyebaran Covid-19 dengan pengaruh perawatan medis.

Berdasarkan Gambar 1, model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh perawatan medis dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \Lambda N - (\mu + \beta \frac{I}{N})S \\
\frac{dE}{dt} &= \beta S \frac{I}{N} - (\mu + \varepsilon)E \\
\frac{dI}{dt} &= \varepsilon E - (\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha)I \\
\frac{dH_1}{dt} &= \gamma I - (\mu + \theta + \sigma_2)H_1 \\
\frac{dH_2}{dt} &= \alpha I - (\mu + \delta + \sigma_3)H_2 \\
\frac{dR}{dt} &= \theta H_1 + \delta H_2 - \mu R.
\end{aligned} \tag{1}$$

Sistem (1) dapat dibentuk kedalam bentuk *non-dimensional* menjadi

$$\begin{aligned}
\frac{ds}{dt} &= \Lambda - (\mu + \beta i)s \\
\frac{de}{dt} &= \beta si - (\mu + \varepsilon)e \\
\frac{di}{dt} &= \varepsilon e - (\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha)i \\
\frac{dh_1}{dt} &= \gamma i - (\mu + \theta + \sigma_2)h_1 \\
\frac{dh_2}{dt} &= \alpha i - (\mu + \delta + \sigma_3)h_2 \\
\frac{dr}{dt} &= \theta h_1 + \delta h_2 - \mu r
\end{aligned} \tag{2}$$

3.4 Titik Ekuilibrium

Model penyebaran penyakit COVID-19 dengan pengaruh perawatan medis berupa sistem (2) memiliki persamaan dua titik ekuilibrium yaitu, titik ekuilibrium non endemik dan titik ekuilibrium endemik. Titik ekuilibrium non endemik diperoleh ketika tidak ada penyakit dalam populasi yang mengakibatkan

nilai $i = 0$. Sehingga diperoleh $TE_0(s^*, e^*, i^*, h_1^*, h_2^*, r^*) = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0, 0, 0, 0, 0 \right)$. Titik

ekuilibrium endemik merupakan titik ekuilibrium saat kelas terinfeksi tidak sama dengan nol ($i \neq 0$) atau terdapat penyakit yang menyebabkan endemik pada suatu populasi. Sehingga diperoleh $TE_1(s^*, e^*, i^*, h_1^*, h_2^*, r^*)$, dengan

$$\begin{aligned}
 s^* &= \frac{(\mu + \varepsilon)(\mu + \gamma + \sigma_1)}{\varepsilon\beta} \\
 e^* &= \frac{\Lambda\beta\varepsilon - \mu\omega g}{\beta\varepsilon u} \\
 i^* &= \frac{\Lambda\beta\varepsilon - \mu\omega g}{\beta\omega g} \\
 h_1^* &= \frac{\gamma\Lambda\beta\varepsilon - \gamma\mu\omega g}{\beta\omega gh} \\
 h_2^* &= \frac{\alpha\Lambda\beta\varepsilon - \alpha\mu\omega g}{\beta\omega gk} \\
 r^* &= \frac{(\gamma\Lambda\beta\varepsilon\theta - \gamma\mu\theta\omega g)\beta\omega gk + (\alpha\Lambda\beta\varepsilon\delta - \alpha\delta\mu\omega g)\beta\omega gh}{\mu\beta u(gh + gk)}
 \end{aligned}$$

dengan $u = (\mu + \varepsilon), g = (\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha), h = (\mu + \theta + \sigma_2), k = (\mu + \delta + \sigma_3)$.

3.5 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar (R_0) dapat ditentukan dengan mencari nilai eigen maksimum yang diperoleh dari matriks *next generation*. Berdasarkan sistem (2) diperoleh matriks **F** dan **V** sebagai berikut:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta\Lambda}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dan

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} (\mu + \varepsilon) & 0 & 0 & 0 \\ -\varepsilon & (\mu + \gamma + \mu_1 + \alpha) & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & (\mu + \theta + \mu_2) & 0 \\ 0 & -\alpha & 0 & (\mu + \delta + \mu_3) \end{bmatrix}.$$

Sehingga, diperoleh bilangan reproduksi dasar yang merupakan nilai eigen terbesar dari matriks *next generation* (\mathbf{FV}^{-1}), yaitu

$$R_0 = \rho(\mathbf{FV}^{-1}) = \frac{\beta\Lambda\varepsilon}{\mu(\mu + \varepsilon)(\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha)}. \tag{3}$$

3.6 Analisis Perilaku Model di sekitar Titik Ekuilibrium

Matriks Jacobian hasil linierisasi sistem (2) di sekitar titik ekuilibrium non endemik adalah

$$\mathbf{J}_{(TE_0)} = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -\beta \frac{\Lambda}{\mu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(\mu + \varepsilon) & \beta \frac{\Lambda}{\mu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & -(\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -(\mu + \theta + \sigma_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 & -(\mu + \delta + \sigma_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta & \delta & -\mu \end{bmatrix}.$$

Persamaan karakteristik dari matriks $\mathbf{J}_{(TE_0)}$ adalah

$$a_0 \lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda^1 + a_3 = 0,$$

dengan

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = (\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha) + (\mu + \theta + \sigma_2) + (\mu + \varepsilon)$$

$$a_2 = ((\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha)(\mu + \theta + \sigma_2)) + ((\mu + \theta + \sigma_2)(\mu + \varepsilon)) + \left((\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha)(\mu + \varepsilon) - \frac{\varepsilon \beta \Lambda}{\mu} \right)$$

$$a_3 = \left((\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha)(\mu + \theta + \sigma_2)(\mu + \varepsilon) - \frac{(\mu + \theta + \sigma_2) \varepsilon \beta \Lambda}{\mu} \right).$$

Apabila $a_1, a_3 > 0$ dan $a_1 a_2 > a_0 a_3$ maka sistem stabil asimtotis. Sementara

itu, apabila $a_1, a_3 < 0$ dan $a_1 a_2 < a_0 a_3$ maka sistem tidak stabil.

Selanjutnya, matriks Jacobian di sekitar titik ekuilibrium endemik adalah

$$\mathbf{J}_{(TE_1)} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\Lambda \beta \varepsilon}{ug} \right) & 0 & -\frac{(\mu + \varepsilon)(\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha)}{\varepsilon} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Lambda \beta \varepsilon - \mu ug}{ug} & -(\mu + \varepsilon) & \frac{(\mu + \varepsilon)(\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha)}{\varepsilon} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & -(\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -(\mu + \theta + \sigma_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 & -(\mu + \delta + \sigma_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta & \delta & -\mu \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks $\mathbf{J}_{(TE_1)}$, diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut

$$a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0,$$

dengan

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = (\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha) + (\mu + \varepsilon) + \left(\frac{\Lambda\beta\varepsilon}{(\mu + \varepsilon)(\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha)} \right)$$

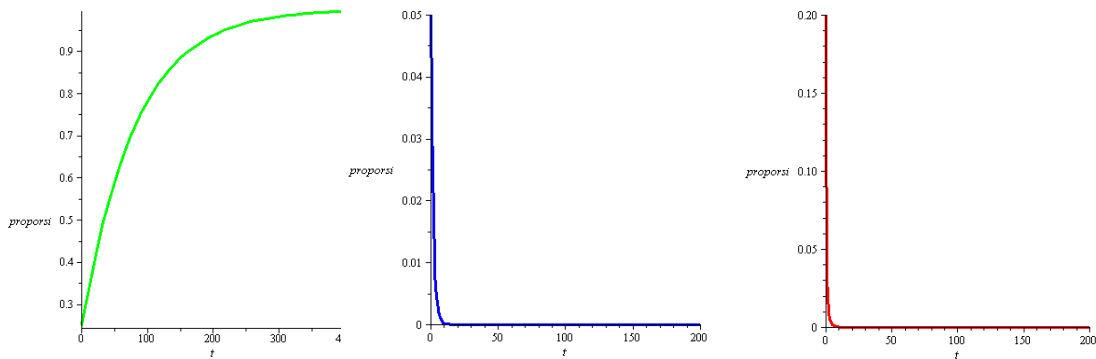
$$a_2 = (\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha)(\mu + \varepsilon) + \left(\frac{\Lambda\beta\varepsilon}{(\mu + \varepsilon)} \right) + \left(\frac{\Lambda\beta\varepsilon}{(\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha)} \right) - ((\mu + \varepsilon)(\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha))$$

$$a_3 = \Lambda\beta\varepsilon - (\mu(\mu + \varepsilon)(\mu + \gamma + \sigma_1 + \alpha)).$$

Apabila $a_1, a_3 > 0$ dan $a_1a_2 > a_0a_3$ maka sistem stabil asimtotis. Sementara itu, apabila $a_1, a_3 < 0$ dan $a_1a_2 < a_0a_3$ maka sistem tidak stabil.

3.7 Simulasi Numerik

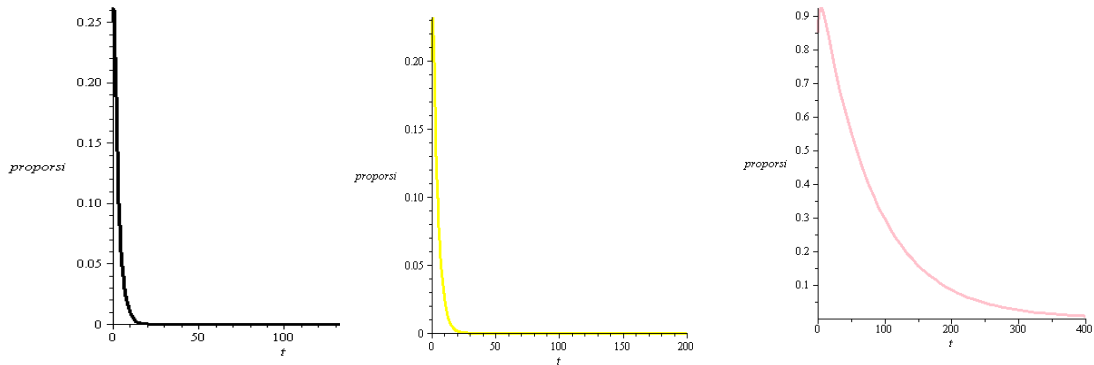
Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi adalah $\mu = 0,0125$, $\Lambda = 0,0125$, $\beta = 0,5$, $\varepsilon = 0,5$, $\sigma_1 = 0,00833$, $\sigma_2 = 0,3333$, $\sigma_3 = 0,1667$, $\gamma = 0,09$, $\alpha = 0,09$, $\theta = 0,0556$, dan $\delta = 0,1$. Nilai awal yang digunakan adalah $s(0) = 0,25$, $e(0) = 0,05$, $i(0) = 0,2$, $h_1(0) = 0,25$, $h_2(0) = 0,2$, dan $r(0) = 0,85$. Dengan demikian, diperoleh nilai $R_0 = 0,2695$ dan $TE_0(s^*, e^*, i^*, h_1^*, h_2^*, r^*) = (1, 0, 0, 0, 0, 0)$. Hasil simulasi dinamika penyebaran penyakit COVID-19 menuju non-endemik disajikan dalam Gambar 2.



(a) Grafik s(t) terhadap t

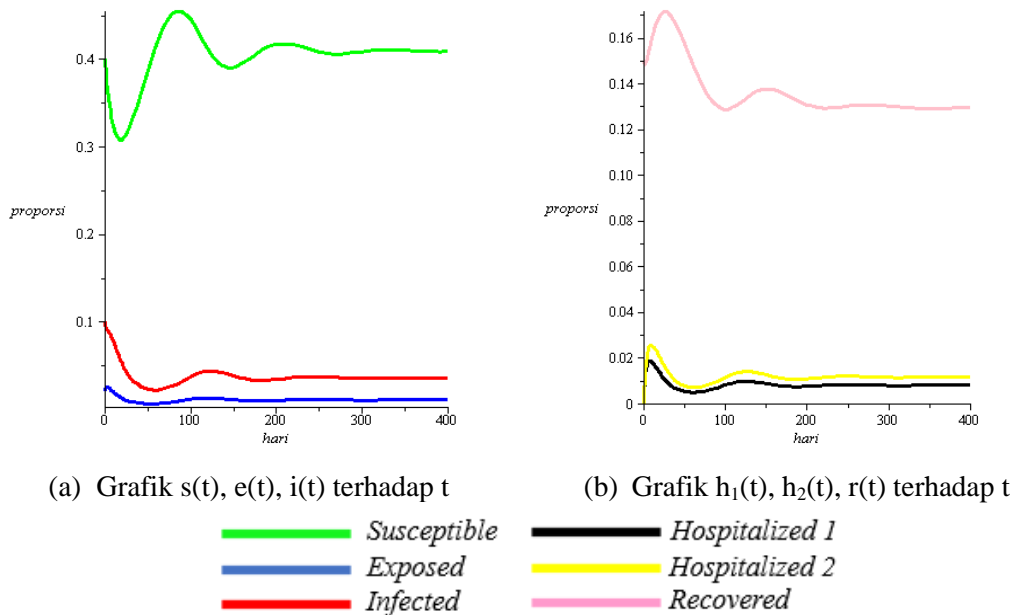
(b) Grafik e(t) terhadap t

(c) Grafik i(t) terhadap t



(d) Grafik $h_1(t)$ terhadap t (e) Grafik $h_2(t)$ terhadap t (f) Grafik $r(t)$ terhadap t
Gambar 2. Grafik simulasi di titik ekuilibrium non endemik.

Apabila nilai parameter γ dan α diubah menjadi $\gamma=0,9$, $\alpha=0,9$ maka diperoleh $R_0 = 2,4439$ dan $TE_1(s^*, e^*, i^*, h_1^*, h_2^*, r^*) = (0,4092, 0,0109, 0,03601, 0,0080, 0,0116, 0,1290)$. Hasil simulasi dinamika penyebaran penyakit Covid-19 menuju endemik yang disajikan dalam Gambar 3.



(a) Grafik $s(t)$, $e(t)$, $i(t)$ terhadap t (b) Grafik $h_1(t)$, $h_2(t)$, $r(t)$ terhadap t
 — Susceptible — Hospitalized 1
 — Exposed — Hospitalized 2
 — Infected — Recovered

Gambar 3. Grafik simulasi menuju endemik.

3.8 Pengaruh Perawatan Medis pada Model Penyebaran Penyakit Covid-19

Selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik untuk melihat pengaruh perawatan medis dengan mengubah parameter γ dan α yang disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 2. Pengaruh parameter γ dan α terhadap perubahan R_0

γ	A	R_0	Identifikasi
0,01	0,01	12,02062357	Endemik
0,07	0,07	3,051682275	Endemik
0,09	0,09	2,443868248	Endemik
0,2	0,2	1,166271559	Endemik
0,3	0,3	0,7905578988	Non endemik
0,5	0,5	0,4807872617	Non endemik
0,9	0,9	0,2695485358	Non Endemik

Berdasarkan Tabel 2, dapat disimpulkan bahwa semakin besar tingkat individu terinfeksi yang mendapatkan perawatan medis, maka semakin cepat populasi mencapai keadaan non endemik.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Model penyebaran penyakit Covid-19 yang digunakan pada penelitian ini adalah model SEIH₁H₂R. Model Covid-19 dengan vaksinasi menghasilkan dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium non endemik dan titik ekuilibrium endemik. Kedua titik ekuilibrium baik non endemik maupun endemik bersifat stabil asimtotis jika $a_1, a_3 > 0$ dan $a_1 a_2 > a_0 a_3$, dan akan bersifat tidak stabil jika $a_1, a_3 < 0$ dan $a_1 a_2 < a_0 a_3$. Simulasi model dilakukan dengan menggunakan *software Maple 13*. Pada simulasi di sekitar titik ekuilibrium non endemik bilangan reproduksi dasar bernilai 0,2695 ($R_0 < 1$) sehingga mengakibatkan penyakit tidak akan mewabah. Pada simulasi di sekitar titik ekuilibrium endemik, jika nilai parameter $\gamma=0,09$ dan $\alpha=0,09$ bilangan reproduksi dasar akan bernilai 2,4439 ($R_0 > 1$) yang mengakibatkan penyakit akan mewabah. Semakin besar tingkat individu terinfeksi yang mendapatkan perawatan medis, maka semakin cepat populasi mencapai keadaan non endemik.

4.2 Saran

Penelitian selanjutnya diharapkan melakukan pengembangan model dengan menambahkan kompartemen seperti individu terinfeksi tanpa gejala, vaksinasi dan karantina.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H., *Aljabar Linier Elementer*, Edisi ke-5, Erlangga, Jakarta, 1992.
- Borrelli, R. L. dan Coleman, C. S., *Differential Equations: A Modelling Perspective*, 2nd Ed., Wiley & Sons, USA, 2004.
- Brauer, F. dan Driessche, P. V. D., *Models for transmission of disease with immigration of Infectives*, *Mathematical Biosciences*, **171**(2) (2001), 143-154.
- Castillo, C. C., Feng, Z., Huang, W., *On the Computation of R_0 and It's Role on Global Stability*, *IMA*, **125** (2002), 229-250.
- Carcione, J. M., Santos, J. E., Bagaini, C., dan Ba, J., *A Simulation of a COVID-19 epidemic based on a Deterministic SEIR Model*, *Public Health*, **8**(230) (2020), 1-13.
- Driessche, P. V. D. dan Watmough, J., *Reproduction Numbers and Sub-threshold Endemic Equilibria for Compartemental Models of Disease Tranmission*, *Mathematical Biosciences*, **180**(1-2) (2020), 29-48.
- Edward, C. H. dan Penny, D. E., *Elementary Differential Equations*, 6th Ed., Pearson Education, USA, 2008.
- Finizio, N., dan Ladas, G., *Persamaan Diferensial Biasa dan Penerapan Modern*, Edisi kedua, Erlangga, Jakarta, 1982.
- Hale, J. K. dan Kocak, H., *Dynamic and Bifurcation*, Springer-Verlag, New York, 1991.
- Handayanto, R. T. dan Herlawati, *Efektifitas Pembatasan Sosial Berskala Besar (PSBB) di Kota Bekasi Dalam Mengatasi COVID-19 dengan Model Susceptible-Infected-Recovered (SIR)*, *Jurnal Kajian Ilmiah*, **20**(2) (2020), 119-124.
- Kemenkes, *Situasi Terkini Perkembangan Coronavius Disease (COVID-19)*, <https://infeksiemerging.kemkes.go.id>, 2021, diakses pada 18 Juni 2021.
- Payne, S., *Viruses: Chapter 7-Family Coronaviridae*, Elsevier, United States of America, 2017.
- Ross, S. L., *Differential Equations*, Rajv Book Binding House, Delhi, 2010.

- Sari, S. P. dan Arfi, E., *Analisis Dinamik pada Kasus Penyebaran Penyakit Corona Virus Disease-19 (COVID-19)*, Indonesian Journal of Applied Mathematics, **1**(2) (2021), 61-68.
- WHO, *Modes of Transmission of Virus Causing COVID19: Implications for IPC Precaution Recommendations*, <https://www.who.int.com>, 2020, diakses pada 18 juni 2021.
- WHO, *Update on coronavirus disease in Indonesia*, <https://www.who.int.com>, 2021, diakses pada 19 juni 2021.
- Wiggins, S., *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical System and Chaos, Second Edition*, Springer-Verlag, New York, 2003.
- Zill, D. G. dan Cullen, M. R., *Differential Equations with Boundary-Value Problems*, 7th Ed., Brooks/Cole, USA, 2009.

