

**MODEL DISKRIT PREDATOR-PREY DENGAN PEMANENAN
PADA PREY DEWASA MENGGUNAKAN SKEMA
BEDA HINGGA TAK STANDAR**

Aulia Rizki Panca Putri

Universitas Jenderal Soedirman
aulia.putri.ap171@gmail.com

Niken Larasati

Universitas Jenderal Soedirman

Siti Rahmah Nurshiami

Universitas Jenderal Soedirman

ABSTRACT. *This study examines the behavior of predator-prey models with harvesting in prey adults who are discriminated using a nonstandard finite difference schemes. the results of the study showed that, with the value of predetermined parameters, the nonstandard finite difference scheme is better than Runga-Kutta method four order to preserve the system stability of the predator-prey model with harvesting the adult prey.*

Keywords: *a nonstandard finite difference schemes, harvesting, predator-prey model, system stability.*

ABSTRAK. Penelitian ini mengkaji tentang perilaku model predator-prey dengan pemanenan pada prey dewasa yang didiskritisasi menggunakan skema beda hingga tak-standar. Dari hasil penelitian menunjukkan bahwa dengan nilai parameter yang telah diberikan, skema beda hingga tak-standar lebih baik dibanding metode Runga-Kutta orde empat dalam menjaga kestabilan sistem dari model predator-prey dengan pemanenan pada prey dewasa.

Kata kunci: kestabilan sistem, model predator-prey, pemanenan, skema beda hingga tak-standar.

1. PENDAHULUAN

Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang merepresentasikan masalah kehidupan sehari-hari ke dalam pernyataan matematis. Representasi matematika yang dihasilkan dikenal sebagai “Model Matematika”. Salah satu bidang yang direpresentasikan ke bentuk model matematika adalah ekologi. Ekologi adalah ilmu yang mempelajari hubungan timbal-balik atau interaksi antar makhluk hidup maupun hubungan antara makhluk hidup dengan lingkungannya. Interaksi yang terjadi antar makhluk hidup dalam suatu

lingkungan hidup, antara lain berupa simbiosis mutualisme, kompetisi (persaingan), dan predasi. Predasi merupakan hubungan antara mangsa (*prey*) dan pemangsa (predator). Model matematika yang menggambarkan hubungan predasi pertama kali dikenalkan oleh Lotka pada tahun 1925 dan Volterra pada tahun 1926, sehingga model ini disebut juga model predator-*prey* Lotka Volterra (Edwards dan Penney, 2008).

Beberapa model predator-*prey* telah banyak dikaji dan dikembangkan oleh para peneliti antara lain Cui dan Song (2004) telah memodifikasi model predator-*prey* dengan membagi populasi *prey* menjadi dua tahap usia, yaitu *prey* muda dan *prey* dewasa. Model predator-*prey* juga dikembangkan dengan melakukan pemanenan pada populasi predator atau *prey* (Singh dan Bhatti, 2012). Sabastiandani (2013) telah menurunkan model kontinu predator-*prey* dengan pemanenan pada *prey* dewasa serta menyelesaikannya secara kualitatif, yaitu dengan menganalisa kestabilan sistem di sekitar titik kesetimbangan untuk mengetahui perilaku model. Karakteristik dari model merupakan sistem persamaan diferensial non linier.

Pada umumnya, sistem persamaan diferensial non linier sulit untuk diselesaikan secara eksak, sehingga perlu diselesaikan dengan pendekatan nilai eksak (numerik). Beberapa metode numerik telah digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial non linier, namun solusi yang diperoleh seringkali tidak menunjukkan kekonsistenan dinamik dengan model kontinu. Dengan dilatarbelakangi hal tersebut, Mickens (2000) memperkenalkan metode numerik baru yang dikenal dengan skema beda hingga tak-standar untuk meminimalisir masalah tersebut. Dalam hal ini, skema beda hingga tak-standar didasarkan pada dua prinsip yaitu penggantian dari turunan orde pertama diskrit menggunakan pendekatan beda maju dan penggantian dari fungsi non linier dengan pendekatan non lokal. Metode ini telah banyak digunakan untuk penyelesaian numerik dari persamaan diferensial non linier, karena mampu menjaga kestabilan sistem hingga ukuran langkah waktu yang tinggi. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk menganalisis perilaku model diskrit predator-*prey* dengan pemanenan pada *prey* dewasa menggunakan skema beda hingga tak-standar.

2. METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian adalah studi pustaka yang dilakukan dengan cara mengumpulkan informasi yang relevan dengan masalah yang akan dikaji. Tahapan-tahapan yang dilakukan pada penelitian ini adalah:

1. Mendeskripsikan model predator-*prey* dengan pemanenan pada *prey* dewasa.
2. Mendiskritkan model predator-*prey* dengan pemanenan pada *prey* dewasa menggunakan skema beda hingga tak-standar.
3. Menganalisis perilaku model di sekitar titik kesetimbangan.
4. Mensimulasikan model predator-*prey* dengan pemanenan pada *prey* dewasa yang telah diturunkan dengan skema beda hingga tak-standar.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Model

Model predator-*prey* dengan pemanenan merupakan pengembangan dari model Lotka-Volterra. Pada umumnya kegiatan pemanenan dilakukan terhadap individu yang telah mencapai usia tertentu yang dianggap dewasa atau matang untuk dipanen. Dalam model ini, pemanenan dilakukan pada populasi *prey*. Berdasarkan penelitian sebelumnya (Sabastiandani, 2013) telah diperoleh penurunan model dengan menggunakan asumsi-asumsi sebagai berikut:

1. Populasi predator dan *prey* bersifat tertutup.
2. Model populasi predator-*prey* yang dikaji terdiri dari satu predator dan satu *prey*, dimana populasi *prey* dibagi menjadi dua tahap usia, yaitu muda dan dewasa.
3. Populasi *prey* dewasa dipanen dengan laju pemanenan proporsional.
4. Tidak ada interaksi antara *prey* muda dan *prey* dewasa.
5. Kematian alami pada populasi *prey* dewasa diabaikan.

Variabel-variabel dan parameter-parameter yang digunakan untuk menurunkan model predator-*prey* dengan pemanenan pada *prey* dewasa tercantum dalam Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Variabel-variabel dan parameter-parameter yang digunakan pada model

Simbol	Definisi	Jenis	Syarat	Satuan
$X(t)$	Jumlah <i>prey</i> muda pada saat t	Variabel	$X(t) \geq 0$	Ekor
$Y(t)$	Jumlah <i>prey</i> dewasa pada saat t	Variabel	$Y(t) \geq 0$	Ekor
$Z(t)$	Jumlah predator pada saat t	Variabel	$Z(t) \geq 0$	Ekor
a	Tingkat penambahan <i>prey</i> muda karena kelahiran dari <i>prey</i> dewasa	Parameter	$0 < a \leq 1$	per satuan waktu
b	Tingkat pengurangan <i>prey</i> muda karena menjadi <i>prey</i> dewasa	Parameter	$0 < b \leq 1$	per satuan waktu
c	Tingkat pengurangan <i>prey</i> muda akibat persaingan antar spesies, karena adanya keterbatasan sumber daya lingkungan	Parameter	$0 < c \leq 1$	per ekor satuan waktu
e	Tingkat penambahan <i>prey</i> dewasa karena pertumbuhan dari <i>prey</i> muda	Parameter	$0 < e \leq 1$	per satuan waktu
f	Tingkat pengurangan <i>prey</i> dewasa akibat persaingan antar spesies, karena adanya keterbatasan sumber daya lingkungan	Parameter	$0 < f \leq 1$	per ekor satuan waktu
g	Tingkat kematian predator	Parameter	$0 < g \leq 1$	per satuan waktu
j	Tingkat pengurangan predator antar spesies, karena adanya keterbatasan sumber daya lingkungan	Parameter	$0 < j \leq 1$	per ekor satuan waktu
α	Tingkat interaksi predator terhadap <i>prey</i> muda	Parameter	$0 < \alpha \leq 1$	per ekor satuan waktu
β	Tingkat interaksi predator terhadap <i>prey</i> dewasa	Parameter	$0 < \beta \leq 1$	per ekor satuan waktu
φ	Tingkat interaksi <i>prey</i> muda terhadap predator	Parameter	$0 < \varphi \leq 1$	per ekor satuan waktu
θ	Tingkat interaksi <i>prey</i> dewasa terhadap predator	Parameter	$0 < \theta \leq 1$	per ekor satuan waktu
μ	Tingkat pemanenan <i>prey</i> dewasa	Parameter	$0 < \mu \leq 1$	per satuan waktu

Selanjutnya untuk menyederhanakan penulisan $X(t)$ ditulis X , $Y(t)$ ditulis Y , dan $Z(t)$ ditulis Z .

Berdasarkan asumsi-asumsi yang telah diberikan dapat ditentukan laju perubahan jumlah *prey* muda terhadap waktu, laju perubahan jumlah *prey* dewasa

terhadap waktu dan laju perubahan jumlah predator terhadap waktu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= aY - bX - cX^2 - \alpha ZX \\ \frac{dY}{dt} &= eX - fY^2 - \beta ZY - \mu Y \\ \frac{dZ}{dt} &= -gZ + \varphi XZ + \theta YZ - jZ^2.\end{aligned}\quad (1)$$

Dari model kontinu tersebut akan didiskritisasi menggunakan skema beda hingga tak-standar. Misal diskritisasi untuk laju perubahan jumlah *prey* muda sebagai berikut.

1. Penggantian dari turunan orde pertama diskrit dengan pendekatan beda maju

$$\frac{dX}{dt} \rightarrow \frac{X(k+1) - X(k)}{h}, \quad h > 0$$

dengan h merupakan ukuran langkah waktu.

2. Penggantian dari fungsi nonlinier dan linier menggunakan pendekatan non lokal

$$\begin{aligned}X &\rightarrow X(k+1) \\ X^2 &\rightarrow X(k+1)X(k) \\ ZX &\rightarrow Z(k)X(k+1).\end{aligned}$$

Berdasarkan kedua prinsip diatas, diperoleh model diskrit predator-*prey* dengan pemanenan pada *prey* dewasa berupa sistem diskrit non linier yaitu:

$$\begin{aligned}X(k+1) &= \frac{X(k)[1 + fhY(k) + \beta hZ(k) + \mu h] + ahY(k)}{[1 + fhY(k) + \beta hZ(k) + \mu h][1 + bh + chX(k) + \alpha hZ(k)] - aeh^2} \\ Y(k+1) &= \frac{[ehX(k) + [1 + bh + chX(k) + \alpha hZ(k)]Y(k)]}{[1 + fhY(k) + \beta hZ(k) + \mu h][1 + bh + chX(k) + \alpha hZ(k)] - aeh^2} \\ Z(k+1) &= \frac{Z(k)}{1 + gh - \varphi hX(k) - \theta hY(k) + jhZ(k)}.\end{aligned}\quad (2)$$

Titik kesetimbangan model diskrit predator-*prey* pada sistem (2) diperoleh jika $X(k+1) = X(k)$, $Y(k+1) = Y(k)$, dan $Z(k+1) = Z(k)$. Jika $X(k+1) = X(k)$ maka diperoleh $X(k) = 0$ dan $X(k) > 0$. Jika $Y(k+1) = Y(k)$

maka diperoleh $Y(k) = 0$ dan $Y(k) > 0$. Selanjutnya jika $Z(k + 1) = Z(k)$ maka

$$\text{diperoleh } Z(k) = 0 \text{ dan } Z(k) = \frac{\varphi X(k) + \theta Y(k) - g}{j}.$$

Titik kesetimbangan diperoleh dengan cara mencari titik perpotongan antara akar-akar tersebut. Dengan demikian diperoleh empat titik kesetimbangan

$$\text{dari sistem (2), yaitu } TE_1 = (0,0,0), TE_2 = \left(0,0,-\frac{g}{j}\right), TE_3 = (X^*,Y^*,0), \text{ dan}$$

$$TE_4 = (X^*,Y^*,Z^*). \text{ Agar komponen predator pada } TE_4 \text{ berada pada titik}$$

kesetimbangan positif diasumsikan bahwa $\varphi X^* + \theta Y^* > g$. Selanjutnya diperoleh

bahwa TE_3 bersifat stabil asimtotis jika dan hanya jika memenuhi Lemma 2.1

(Arenas dkk, 2010:3743) yaitu

- 1) $1 - a + b > 0$, sebagai berikut

$$1 - (K_1 + P_1) + K_1 P_1 - L_1 N_1 > 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - \left[\left(\frac{(1 + fhY^* + \mu h) [(1 + fhY^* + \mu h)(1 + bh) - ah^2(e + cY^*)]}{[(1 + fhY^* + \mu h)(1 + bh + chX^*) - aeh^2]^2} \right) + \left(\frac{(1 + bh + chX^*) [(1 + bh + chX^*)(1 + \mu h) - eh^2(fX^* + a)]}{[(1 + fhY^* + \mu h)(1 + bh + chX^*) - aeh^2]^2} \right) \right] +$$

$$\left[\left(\frac{(1 + fhY^* + \mu h) [(1 + fhY^* + \mu h)(1 + bh) - ah^2(e + cY^*)]}{[(1 + fhY^* + \mu h)(1 + bh + chX^*) - aeh^2]^2} \right) - \left(\frac{(1 + bh + chX^*) [(1 + bh + chX^*)(1 + \mu h) - eh^2(fX^* + a)]}{[(1 + fhY^* + \mu h)(1 + bh + chX^*) - aeh^2]^2} \right) \right]$$

$$\left[\left(\frac{ah [(1 + bh + chX^*)(1 + \mu h) - eh^2(fX^* + a)]}{[(1 + fhY^* + \mu h)(1 + bh + chX^*) - aeh^2]^2} \right) - \left(\frac{eh [(1 + fhY^* + \mu h)(1 + bh) - ah^2(e + cY^*)]}{[(1 + fhY^* + \mu h)(1 + bh + chX^*) - aeh^2]^2} \right) \right] > 0$$

2) $1+a+b > 0$, sebagai berikut

$$1+(K_1+P_1)+K_1P_1-L_1N_1 > 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + \left(\left[\frac{(1+fhY^* + \mu h) \left[(1+fhY^* + \mu h)(1+bh) - ah^2(e+cY^*) \right]}{\left[(1+fhY^* + \mu h)(1+bh+chX^*) - aeh^2 \right]^2} \right] + \left[\frac{(1+bh+chX^*) \left[(1+bh+chX^*)(1+\mu h) - eh^2(fX^* + a) \right]}{\left[(1+fhY^* + \mu h)(1+bh+chX^*) - aeh^2 \right]^2} \right] \right) + \left(\left[\frac{(1+fhY^* + \mu h) \left[(1+fhY^* + \mu h)(1+bh) - ah^2(e+cY^2) \right]}{\left[(1+fhY^* + \mu h)(1+bh+chX^*) - aeh^2 \right]^2} \right] - \left[\frac{(1+bh+chX^*) \left[(1+bh+chX^*)(1+\mu h) - eh^2(fX^* + a) \right]}{\left[(1+fhY^* + \mu h)(1+bh+chX^*) - aeh^2 \right]^2} \right] \right) - \left(\left[\frac{ah \left[(1+bh+chX^*)(1+\mu h) - eh^2(fX^* + a) \right]}{\left[(1+fhY^* + \mu h)(1+bh+chX^*) - aeh^2 \right]^2} \right] \right) > 0.$$

3) $b < 1$, sebagai berikut

$$K_1P_1 - L_1N_1 < 1$$

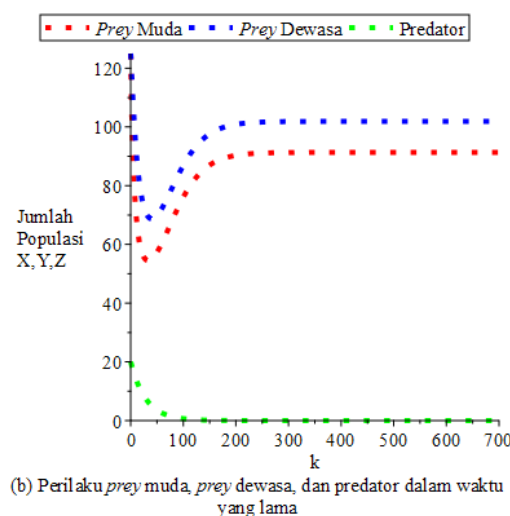
$$\Leftrightarrow \left(\left[\frac{(1+fhY^* + \mu h) \left[(1+fhY^* + \mu h)(1+bh) - ah^2(e+cY^*) \right]}{\left[(1+fhY^* + \mu h)(1+bh+chX^*) - aeh^2 \right]^2} \right] - \left[\frac{(1+bh+chX^*) \left[(1+bh+chX^*)(1+\mu h) - eh^2(fX^* + a) \right]}{\left[(1+fhY^* + \mu h)(1+bh+chX^*) - aeh^2 \right]^2} \right] \right) - \left(\left[\frac{ah \left[(1+bh+chX^*)(1+\mu h) - eh^2(fX^* + a) \right]}{\left[(1+fhY^* + \mu h)(1+bh+chX^*) - aeh^2 \right]^2} \right] \right) < 1.$$

Sementara itu, persamaan karakteristik untuk TE_4 berupa persamaan polinomial. Untuk mengetahui akar-akar persamaan polinomial, digunakan perintah *software Maple 16* dengan hasil satu akar berupa bilangan riil dan dua akar lainnya berupa bilangan kompleks yang bentuknya cukup rumit. Oleh karena itu, analisa kestabilan TE_4 sulit dilakukan secara analitik. Selanjutnya, untuk mengetahui perilaku penyelesaian di sekitar TE_4 dilakukan dengan simulasi.

3.2. Simulasi Model

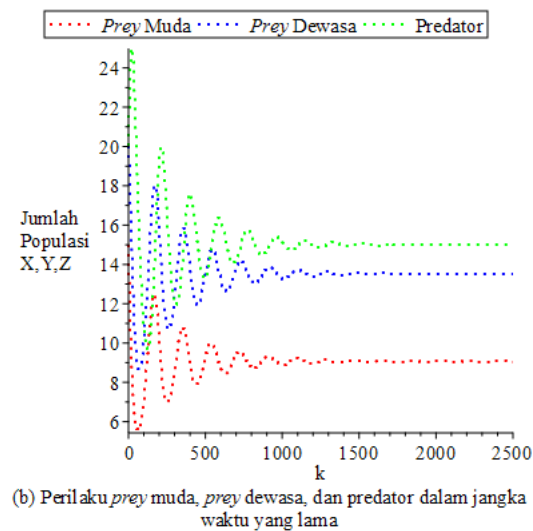
Simulasi model dilakukan untuk mengetahui perilaku dinamik penyelesaian sistem (2) dalam jangka waktu yang lama di sekitar titik kesetimbangan. Simulasi dilakukan dengan mengambil nilai-nilai parameter, sehingga diperoleh titik kesetimbangan $TE_3 = (X^*, Y^*, 0)$ dan $TE_4 = (X^*, Y^*, Z^*)$ yang bersifat stabil asimtotis. Simulasi model predator-prey dengan pemanenan pada *prey* dewasa dilakukan dengan menggunakan *software Maple 16*.

Nilai parameter yang digunakan pada simulasi ini adalah $a = 0,9$; $b = 0,73$; $c = 0,0003$; $e = 0,7$; $f = 0,004$; $g = 0,36$; $j = 0,001$; $\alpha = 0,039$; $\beta = 0,013$; $\mu = 0,22$; $h = 0,1$. Sementara itu, nilai parameter φ dan θ yang digunakan berbeda untuk masing-masing TE_3 dan TE_4 . Berikut plot penyelesaian TE_3 dalam jangka waktu yang lama.



Gambar 1. Perilaku *prey* muda, *prey* dewasa dan predator pada sistem (2) untuk TE_3

Berdasarkan grafik hasil simulasi model pada Gambar 1, dapat diketahui bahwa adanya penurunan jumlah *prey* muda dan *prey* dewasa yang mengakibatkan jumlah predator menurun. Akibat menurunnya jumlah predator ini, maka jumlah *prey* muda dan *prey* dewasa mengalami kenaikan hingga batas tertentu, sedangkan jumlah predator menurun secara terus menerus hingga mengalami kepunahan untuk jangka waktu yang lama. Selanjutnya berikut plot penyelesaian TE_4 dalam jangka waktu yang lama.



Gambar 2. Perilaku *prey* muda, *prey* dewasa dan predator pada sistem (2) untuk TE_4

Berdasarkan grafik hasil simulasi model pada Gambar 2, dapat diketahui bahwa adanya kenaikan jumlah populasi predator yang mengakibatkan jumlah populasi *prey* muda dan *prey* dewasa menurun. Akibat menurunnya jumlah populasi *prey* muda dan *prey* dewasa ini, maka jumlah populasi predator juga mengalami penurunan. Saat jumlah populasi predator mengalami penurunan, akan terjadi kenaikan pada jumlah populasi *prey* muda dan *prey* dewasa. Hal tersebut akan terus berulang hingga mengalami kestabilan pada batas tertentu untuk jangka waktu yang lama seperti terlihat pada Gambar 2.

Pada simulasi ini akan dilakukan menggunakan dua metode yaitu, skema beda hingga tak-standar dan metode Runga-Kutta orde empat. Berdasarkan nilai-nilai parameter h yang diberikan, diperoleh titik kesetimbangan, nilai eigen, dan

kestabilan titik kesetimbangan untuk skema beda hingga tak-standar dan metode Runga-Kutta masing-masing pada Tabel 2 dan Tabel 3 sebagai berikut.

Tabel 2. Titik kesetimbangan, nilai eigen, dan kestabilan TE_4 dengan mengubah-ubah nilai parameter h menggunakan skema beda hingga tak-standar

h	Titik Kesetimbangan (X^*, Y^*, Z^*)	Nilai Eigen	Kestabilan
0,00001	9,063; 13,520; 15,011	0,999; $0,999 \pm 0,00I$	Stabil Asimtotis
0,001	9,063; 13,520; 15,011	0,998; $0,999 \pm 0,00I$	Stabil Asimtotis
0,04	9,063; 13,520; 15,011	0,931; $0,998 \pm 0,013I$	Stabil Asimtotis
0,3	9,063; 13,520; 15,011	0,645; $0,988 \pm 0,1I$	Stabil Asimtotis
1	9,063; 13,520; 15,011	0,355; $0,963 \pm 0,337I$	Stabil Asimtotis
1,521	9,063; 13,520; 15,011	0,267; $0,945 \pm 0,514I$	Stabil Asimtotis
2	9,063; 13,520; 15,011	0,217; $0,930 \pm 0,676I$	Stabil Asimtotis
2,5	9,063; 13,520; 15,011	0,180; $0,914 \pm 0,845I$	Stabil Asimtotis

Tabel 3. Titik kesetimbangan, nilai eigen, dan kestabilan TE_4 dengan mengubah-ubah nilai parameter h menggunakan metode Runga-Kutta orde empat

h	Titik Kesetimbangan (X^*, Y^*, Z^*)	Nilai Eigen	Kestabilan
0,00001	9,063; 13,520; 15,011	0,999; $0,999 \pm 0,00I$	Stabil Asimtotis
0,001	9,063; 13,520; 15,011	0,998; $0,999 \pm 0,00I$	Stabil Asimtotis
0,04	9,063; 13,520; 15,011	0,929; $0,998 \pm 0,013I$	Stabil Asimtotis
0,3	9,063; 13,520; 15,011	0,577; $0,983 \pm 0,099I$	Stabil Asimtotis
1	9,063; 13,520; 15,011	0,290; $0,906 \pm 0,317I$	Stabil Asimtotis
1,521	9,063; 13,520; 15,011	1,0003; $0,819 \pm 0,458I$	Tidak Stabil
2	9,063; 13,520; 15,011	3,350; $0,715 \pm 0,563I$	Tidak Stabil
2,5	9,063; 13,520; 15,011	9,201; $0,567 \pm 0,654I$	Tidak Stabil

Berdasarkan Tabel 2 dan Tabel 3, dapat terlihat bahwa ketika ukuran langkah waktu (h) berubah-ubah, model predator-prey dengan pemanenan pada

prey dewasa yang didiskritisasi menggunakan skema beda hingga tak-standar lebih mampu mempertahankan kestabilan sistem hingga nilai $h = 2,5$. Berbeda dengan model predator-*prey* dengan pemanenan pada *prey* dewasa yang diselesaikan menggunakan metode Runga-Kutta hanya mampu mempertahankan kestabilan sistem sampai nilai $h = 1,520$. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa dengan nilai-nilai parameter yang diberikan, skema beda hingga tak-standar lebih baik dalam menjaga kestabilan sistem.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan, diperoleh beberapa kesimpulan dalam penelitian ini sebagai berikut.

1. Model diskrit predator-*prey* dengan pemanenan pada *prey* dewasa adalah

$$X(k+1) = \frac{X(k)[1 + fhY(k) + \beta hZ(k) + \mu h] + ahY(k)}{[1 + fhY(k) + \beta hZ(k) + \mu h][1 + bh + chX(k) + \alpha hZ(k)] - aeh^2}$$

$$Y(k+1) = \frac{[ehX(k) + [1 + bh + chX(k) + \alpha hZ(k)]Y(k)]}{[1 + fhY(k) + \beta hZ(k) + \mu h][1 + bh + chX(k) + \alpha hZ(k)] - aeh^2}$$

$$Z(k+1) = \frac{Z(k)}{1 + gh - \phi hX(k) - \theta hY(k) + jhZ(k)}.$$

2. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini menunjukkan bahwa dengan nilai-nilai parameter yang diambil, titik kesetimbangan TE_3 dan TE_4 dari model diskrit predator-*prey* dengan pemanenan pada *prey* dewasa bersifat stabil asimtotis. Selain itu, skema beda hingga tak-standar lebih baik dibanding metode Runga-Kutta orde empat dalam menjaga kestabilan sistem untuk model diskrit predator-*prey* dengan pemanenan pada *prey* dewasa.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Arenas, A. J., Gonzalez-Parra, G., dan Chen-Charpentier, B. M., A *Nonstandard Numerical Scheme of Predictor-Corrector Type for Epidemic Models*, Computers and Mathematics with Applications, **59**(12) (2010), 3740-3749.

-
- [2] Cui. J. dan Song, X., *Permanennce of Predator-Prey System With Stage Structure*, Journal of Discrete and Continuous Dynamical System-Series B, **4**(3) (2004), 547-554.
- [3] Edwards, C.H. dan Penney, D. E., *Elementary Differential Equations*, 6th Ed., Prentice-Hall, New Jersey, 2008.
- [4] Mickens, R. E., *Applications of Nonstandard Finite Difference Schemes*, World Scientific, Singapore, 2000.
- [5] Sabastiandani, R. D., *Model Predator-Prey dengan Pemanenan pada Prey Dewasa*, Skripsi. Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto, 2013.
- [6] Singh, H. Dan Bhatti, H. S., *Stability of Prey-Predator Model with Harvesting Activity of Prey*, International Journal of Pure and Applied Mathematics, **80**(5) (2012), 627-633.