

**REPRESENTASI PENYELESAIAN MASALAH PERMAINAN SUDOKU  
HIJAIYAH UKURAN  $12 \times 12$  DALAM PEWARNAAN GRAF**

**Umi Muslimah**

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman

**Triyani\***

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman  
triyani@unsoed.ac.id

**Najmah Istikaanah**

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman

**ABSTRACT.** *Sudoku is a logic puzzle game based on placing numbers in a puzzle. The goal of the 9 by 9 sudoku game is to arrange the numbers 1 through 9, and the method for playing it is to fill in a board with vacant 3 by 3 boxes with one number so that there are no repeats in any one row, column, or block. The goal of this study is to illustrate how a 1212 sudoku puzzle is completed by coloring a graph with each box serving as a graph vertex and reflecting the sudoku game's strategy as a neighbor requirement on the graph.*

**Keyword:** *Sudoku, Graph Coloring, Chromatic Polynomial*

**ABSTRAK.** Sudoku adalah permainan teka-teki logika berbasis kombinasi penempatan angka dalam *puzzle*. Pada Umumnya, permainan sudoku berukuran  $9 \times 9$  dengan menempatkan angka 1 sampai 9 dan strategi memainkannya dengan melengkapi papan yang berisi kotak-kotak kosong berukuran  $3 \times 3$  dengan salah satu angka sehingga dalam satu baris, kolom dan blok tidak ada angka yang berulang. Tujuan dari penelitian ini adalah merepresentasikan penyelesaian dari permainan sudoku berukuran  $12 \times 12$  ke dalam pewarnaan graf dengan setiap kotak merepresentasikan simpul graf, dan strategi permainan sudoku sebagai syarat ketetanggaan pada graf.

**Kata Kunci:** Sudoku, Pewarnaan Graf, Polinomial Kromatik

## **1. PENDAHULUAN**

Sudoku adalah permainan teka-teki logika berbasis kombinasi penempatan angka dalam *puzzle*. Mulanya jenis teka-teki papan berukuran  $9 \times 9$  yang emnggunakan angka 1 sampai 9. Strategi memainkannya mengisi kotak kosong dengan salah satu angka sehingga dalam satu baris, kolom, dan blok tidak ada angka berulang. Tahun 2006 permainan sudoku pertama kali diperlombakan didunia, tepatnya di kota Lucca, Italia. Tahun 2011 permainan sudoku digabung

---

\*Penulis Korespondensi

dengan nama *World Puzzle Championship (WPC)*. Tahun 2008, Asia untuk pertama kali mengadakan kompetisi tingkat Asia diselenggarakan di Pulau Jeju, Korea Selatan dengan nama *Asian Sudoku Championship*. Namun, di Indonesia permainan ini jarang dimainkan dan mulai ditinggalkan. Menurut Millenia tahun 2021, permainan ini memiliki peran penting dalam perkembangan otak, emosional, dan peningkatan strategi anak. Mampu meningkatkan konsentrasi dan mampu meningkatkan kecerdasan anak dalam bidang matematika (logika). Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk merepresentasikan solusi dari permainan sudoku berukuran  $12 \times 12$  ke dalam pewarnaan graf.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk merepresentasikan pada penyelesaian masalah pada permainan Sudoku Hijaiyah ukuran  $12 \times 12$  ke dalam pewarnaan graf. Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah wawasan dan pengetahuan khususnya mengenai penerapan metode pewarnaan graf pada permainan Sudoku.
2. Memberikan sebuah permainan Sudoku Hijaiyah untuk melatih logika dan meningkatkan kemampuan dalam memecahkan sebuah permasalahan.
3. Memperkenalkan huruf-huruf Hijaiyah kepada pengguna dengan cara yang menyenangkan melaalui sebuah permainan.
4. Memberikan alternatif yang lebih mudah dalam memecahkan masalah pada permainan Sudoku Hijaiyah yang memiliki ukuran dan tingkat kesulitan yang tinggi

## **2. METODE PENELITIAN**

Metode yang digunakan adalah studi pustaka dari buku, penelitian terdahulu, dan literatur lainnya. Berikut ini adalah prosedur yang dilakukan untuk memecahkan permasalahan pada permainan Sudoku Hijaiyah dengan menggunakan pewarnaan graf :

1. mengkaji permainan Sudoku;
2. menentukan permainan Sudoku yang akan dipecahkan;
3. menentukan metode yang akan digunakan, yaitu pewarnaan graf;
4. merepresentasikan permainan Sudoku ke dalam bentuk graf;

5. memberikan warna pada setiap simpul graf dengan Algoritma Welch-Powell;
6. menerapkan hasil pewarnaan graf ke dalam bentuk permainan Sudoku Hijaiyah;
7. menghitung banyaknya cara mewarnai simpul graf dari permainan Sudoku dengan polynomial kromatik.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1 Memecahkan Permasalahan pada Permainan Sudoku

Berikut ini disajikan sebuah permainan Sudoku berukuran  $12 \times 12$  dengan menggunakan huruf Hijaiyah. Permainan Sudoku ini harus diisi dengan 12 huruf Hijaiyah yang berbeda. Huruf-huruf Hijaiyah yang digunakan, yaitu huruf Lam (ل), huruf Syin (ش), huruf Ha (ه), huruf Dal (د), huruf Tho (ط), huruf Kaf (ك), huruf Fa (ف), huruf Alif (ا), huruf Wawu (و), huruf Dhod (ض), huruf Ta (ث), dan huruf Kho (خ). Gambar 4.1 merupakan bentuk permainan Sudoku Hijaiyah ukuran  $12 \times 12$  dan sel yang masih kosong akan diisi dengan salah satu huruf Hijaiyah yang sudah disebutkan.

د	خ	ط	ك	ض			
ل	ث	ش		د	و		ف
ط							
	و	ث	ل	ه	ف	ا	
ف	ه		د	ا		ش	ل
	ل	ا	خ	ك	ه		
د	خ		ف	ث	ش	و	ك
		ك		ط	ل		
		ه		ل		د	ا
ه			خ		ك	ط	
	ط	ا	د	خ			ش
ش		و	ل	ف	ه		د

**Gambar 1** Permainan Sudoku Hijaiyah ukuran  $12 \times 12$

Berikut ini adalah langkah dalam penyelesaian masalah permainan Sudoku Hijaiyah. Pertama, pilihlah salah satu huruf pada permainan Sudoku Hijaiyah, Misalkan huruf Lam (ل). Lakukan pewarnaan pada setiap baris, kolom, dan blok yang memuat huruf Lam (ل). Hasil pewarnaannya dapat dilihat pada gambar 2. Pada blok kedua isikan huruf Lam (ل) dibaris ketiga kolom kedelapan. Pada blok ketiga isikan huruf Lam (ل) dibaris pertama kolom kesebelas. Pada blok ketujuh

isikan huruf Lam (ل) dibaris ketujuh kolom keempat. Pada blok kesepuluh isikan huruf Lam (ل) dibaris kesepuluh kolom kedua. Pada blok keduabelas isikan huruf Lam (ل) dibaris kesebelas kolom kesepuluh.

ل	د	خ	ط	ك	ض	ل
ط	ث	ش	ش	ل	د	و
و	ث	ل	ه	ف	ا	ل
ف	ه	د	ا	ه	ش	ل
د	خ	خ	ك	ه	ك	و
ك	ه	ط	ل	ل	ل	ا
ه	ط	د	ا	خ	ك	ط
ش	و	ل	ف	ه	ش	د

**Gambar 2** Pewarnaan Sel permainan Sudoku Hijaiyah yang Tidak Dapat Diisi Huruf Lam (ل)

Lakukan langkah tersebut secara berulang sampai dengan semua huruf dilengkapi. Pilihlah salah satu huruf pada permainan Sudoku Hijaiyah, misalkan Syin (ش). Perhatikan gambar 3. Pada blok ketiga isikan huruf Syin pada sel baris ketiga kolom kesepuluh. Pada blok pertama, isikan huruf Syin (ش) pada baris pertama kolom ketiga. Pada blok keempat isikan huruf Syin (ش) pada sel baris keenam kolom kedua. Pada blok ketujuh isikan huruf Syin (ش) pada sel baris kedelapan kolom keempat. Pada blok kedelapan isikan huruf Syin (ش) pada sel baris kesembilan kolom kelima. Kembali pada blok kelima isikan huruf Syin (ش) pada sel baris keempat kolom kedelapan. Pada blok isikan huruf Syin (ش) pada sel baris kesepuluh kolom ketujuh.

ل	د	خ	ط	ك	ض	ل
ط	ث	ش	ش	ل	د	و
و	ث	ل	ه	ف	ا	ل
ف	ه	د	ا	ه	ش	ل
د	خ	ل	ف	ث	ك	و
ك	ه	ط	ل	ل	ل	ا
ه	ط	د	ا	خ	ك	ط
ش	و	ل	ف	ه	ش	د

**Gambar 3** Pewarnaan Sel permainan Sudoku Hijaiyah yang Tidak Dapat Diisi Huruf Syin (ش)

Pilihlah salah satu huruf pada permainan Sudoku Hijaiyah, misalkan huruf Dal (ﺩ). Perhatikan gambar 4. Pada blok keempat isikan huruf Dal (ﺩ) pada sel baris ke empat kolom ketiga. Pada blok keenam isikan huruf Dal (ﺩ) pada baris keenam kolom kesebelas. Tersisa blok kedua, kedelapan, dan kesebelah. Blok tersebut memiliki kemungkinan sel yang sehingga ada beberapa kemungkinan untuk mengisi huruf Dal (ﺩ). Pada kasus ini akan mengisi huruf Dal pada blok kedua dibaris ketiga kolom ketujuh. Blok kedelapan diisi dibaris kedelapan kolom kelima. Blok kesebelas diisi dibaris kesepuluh kolom kedelapan.

...	ﺩ	ﺶ	ﺦ	ط	...	...	ك	...	ل	ض	...
ل	...	ث	...	...	...	...	ش	...	...	د	...
ط	...	...	...	...	...	...	ل	...	...	ش	...
...	و	...	ث	ل	...	ه	ش	ف	...	ا	...
ف	...	ه	...	...	...	د	...	ا	...	ش	ل
...	ش	ل	ا	خ	...	ك	...	...	ه	...	...
د	خ	...	ل	ف	...	...	ث	ش	و	ك	...
...	...	...	ك	ش	...	ط	...	...	ل	...	...
...	...	...	ه	ش	...	ل	...	...	د	...	ا
ه	ل	...	...	...	...	ش	...	ط	ك	...	...
...	ط	ا	د	...	خ	...	...	...	ل	...	ش
ش	...	...	و	...	ل	...	ف	...	ه	...	د

**Gambar 4** Pewarnaan Sel permainan Sudoku Hijaiyah yang Tidak Dapat Diisi Huruf Dal (ﺩ)

Pilihlah salah satu huruf pada permainan Sudoku Hijaiyah, misalkan huruf Tho (ط). Perhatikan gambar 5. Pada blok keempat isikan huruf Tho (ط) dibaris kelima kolom keempat. Pada blok kesebelas isikan huruf Tho (ط) dibaris keduabelas kolom ketujuh. Pada blok kelima isikan huruf Tho (ط) dibaris keenam kolom kedelapan. Pada blok kesembilan isikan huruf Tho (ط) dibaris kesembilan kolom kesebelas. Pada blok ketiga isikan huruf Tho (ط) dibaris kedua kolom keduabelas. Pada blok keenam isikan huruf Tho (ط) dibaris ke empat kolom kesepuluh. Pada blok ketujuh isikan huruf Tho (ط) dibaris ketujuh kolom ketiga.

ل	د	ش	خ	ط	ك	ل	ض	ل
ط		ث		ش	د	ل	د	و
ف	و	د	ث	ل	ش	ه	ف	ا
ه	ش	ا	ل	خ	ك	ه		ش
د	خ		ل	ف	ث	ش	ك	و
		ك	ش	ط	د	ل	ل	
ه	ل			ش	د	ش	ط	ك
ط	ا	د		خ			ل	ش
ش		و		ل	ف		ه	د

**Gambar 5** Pewarnaan Sel permainan Sudoku Hijaiyah yang Tidak Dapat Diisi Huruf Tho (ط)

Pilihlah salah satu huruf pada permainan Sudoku Hijaiyah, misalkan huruf Fa (ف). Perhatikan gambar 6. Pilihlah salah satu huruf pada permainan Sudoku Hijaiyah, misalkan huruf Fa (ف). Pada blok pertama isikan huruf Fa (ف) dibaris kedua kolom kedua. Pada blok kelima isikan huruf Fa (ف) dibaris keenam kolom keenam. Pada kolom kedua isikan huruf Fa (ف) dibaris pertama kolom ketiga. Pada kolom ketujuh isikan huruf Fa (ف) dibaris kesembilan kolom ketiga. Pada blok kesembilan isikan huruf Fa (ف) dibaris kedelapan kolom kesepuluh. Pada blok kesepuluh isikan huruf Fa (ف) dibaris kesepuluh kolom keempat. Pada blok keduabelas isikan huruf Fa (ف) dibaris kesebelas kolom kesebelas.

ل	د	ش	خ	ط	ك	ل	ض	ل
ط		ث		ش	د	ل	د	و
ف	و	د	ث	ل	ش	ه	ف	ا
ه	ش	ا	ل	خ	ك	ه		ش
د	خ		ل	ف	ث	ش	ك	و
		ك	ش	ط	د	ل	ل	
ه	ل			ش	د	ش	ط	ك
ط	ا	د		خ			ل	ش
ش		و		ل	ف		ه	د

**Gambar 6** Pewarnaan Sel permainan Sudoku Hijaiyah yang Tidak Dapat Diisi Huruf Fa (ف)

Pilihlah salah satu huruf pada permainan Sudoku Hijaiyah, misalkan huruf Ha (ه). Perhatikan gambar 7. Pada blok pertama isikan huruf Ha (ه) dibaris ketiga kolom kedua. Pada blok ketiga isikan huruf Ha (ه) dibaris ketiga kolom keduabelas. Pada blok kesembilan isikan huruf Ha (ه) dibaris kedelapan kolom

kesebelas. Pada blok kedelapan isikan huruf Ha (ه) dibaris ketujuh kolom keenam. Pada blok kedua isikan huruf Ha (ه) dibaris kedua kolom kedelapan. Pada blok kesebelas isikan huruf Ha (ه) dibaris kesebelas kolom kelima.

	د	ش	خ	ط		ك	ف	ه	ل	ض	ل	
ل	ف	ث	ك		ش				د		ط	
ط					د	ل		ك	ش		ف	
	و	د	ث	ل	ه	ش	ط	ف	ا	ك		
ف	ك	ه	ط		د	ا			ش	ل		
	ش	ا	ل	خ	ك	ف	ط	ه		د		
د	خ	ط	ل	ف		ث		ش	و	ك		
		ك	ش	د	ط			ل	ف			
		ه	ف	ش	ك	ل			ا	ط	د	
ه	ل		ف		ش	د		ك	ط			
ك	ط	ا	د	خ				ل	ف	ش		
ش			و	ك	ل	ط	ف	ه		د		

**Gambar 7** Pewarnaan Sel permainan Sudoku Hijaiyah yang Tidak Dapat Diisi Huruf Ha (ه)

Pilihlah salah satu huruf pada permainan Sudoku Hijaiyah, misalkan huruf Alif (ا). Perhatikan gambar 8. Pada blok pertama isikan huruf Alif (ا) dibaris pertama kolom pertama. Pada blok kedua isikan huruf Alif (ا) dibaris kedua kolom kesepuluh. Pada blok ketujuh isikan huruf Alif (ا) dibaris kedelapan kolom kedua. Pada blok kedelapan isikan huruf Alif (ا) dibaris ketujuh kolom ketujuh. Pada blok keduabelas isikan huruf Alif (ا) dibaris keduabelas kolom kelima. Pada blok kedua isikan huruf Alif (ا) dibaris ketiga kolom keenam. Pada blok kesebelas isikan huruf Alif (ا) dibaris kesepuluh kolom kelima.

	د	ش	خ	ط		ك	ف	ه	ل	ض	ل	ه
ل	ف	ث	ك		ش				د		ط	
ط	ه				د	ل		ك	ش		ف	
	و	د	ث	ل	ه	ش	ط	ف	ا	ك		
ف	ك	ه	ط		د	ا			ش	ل		
	ش	ا	ل	خ	ك	ف	ط	ه		د		
د	خ	ط	ل	ف	ه	ث		ش	و	ك		
		ك	ش	د	ط			ل	ف			
		ه	ف	ش	ك	ل			ا	ط	د	
ه	ل		ف		ش	د		ك	ط			
ك	ط	ا	د	خ				ل	ف	ش		
ش			و	ك	ل	ط	ف	ه		د		

**Gambar 8** Pewarnaan Sel permainan Sudoku Hijaiyah yang Tidak Dapat Diisi Huruf Alif (ا)

Pilihlah salah satu huruf pada permainan Sudoku Hijaiyah, misalkan huruf Wawu (و). Perhatikan gambar 9. Pada blok pertama isikan huruf Wawu (و) dibaris ketiga kolom ketiga. Pada blok kedua isikan huruf Wawu (و) dibaris pertama kolom kelima. Pada blok keenam isikan huruf Wawu (و) dibaris keenam kolom keduabelas. Pada blok keduabelas isikan huruf Wawu (و) dibaris kesebelas kolom kesembilan. Pada blok kesebelas isikan huruf Wawu (و) dibaris kesepuluh kolom kelima. Perhatikan blok kelima isikan huruf Wawu (و) dibaris kelima kolom ketujuh. Perhatikan blok ketujuh isikan huruf Wawu (و) dibaris pertama kolom kedelapan. Pada blok kedelapan isikan huruf Wawu (و) dibaris kesembilan kolom kedelapan.

ا	د	ش	خ	ط	ك	ف	ه	ل	ض	ط	و	ا	د	ش	ك	ف	ه	ل	ض	
ل	ف	ث	ك	ش	ه	د	ل	ك	ش	ك	ش	ك	ش	ك	ش	ك	ف	ه	ل	ض
ط	ه																			
	و	د	ث	ل	ش	ه	ل	ك	ف	ط	ا	ك	ش	ل	ك	ف	ه	ل	ض	
ف	ك	ه	ط	د	ا															
	ش	ا	ل	ش	خ	ط	ك	ف	ه	د	ل	ك	ف	ه	ل	ض	ط	و	ا	د
د	خ	ط	ل	ف	ا	ه	ل	ك	ش	و	ش	ك	ف	ه	ل	ض	ط	و	ا	د
	ا	ك	ش	ط	د															
		ف	ه	ش	ك	ل	ك	ف	ه	ل	ض	ط	و	ا	د	ش	ك	ف	ه	ل
ه	ل		ف	د	ش	ه	ل	ك	ف	ط	ا	ك	ش	ل	ك	ف	ه	ل	ض	ط
	ك	ط	ا	د	ش	ه	ل	ك	ف	ط	ا	ك	ش	ل	ك	ف	ه	ل	ض	ط
ش			و	ك	ل	ط	ا	ك	ش	ل	ك	ف	ه	ل	ض	ط	و	ا	د	ش

**Gambar 9** Pewarnaan Sel permainan Sudoku Hijaiyah yang Tidak Dapat Diisi Huruf Wawu (و)

Pilihlah salah satu huruf pada permainan Sudoku Hijaiyah, misalkan huruf Kho (خ). Perhatikan gambar 10. Pada blok kedua isikan huruf Kho (خ) dibaris kedua kolom ketujuh. Pada blok ketiga isikan huruf Kho (خ) dibaris ketiga kolom kesebelas. Pada blok keempat isikan huruf Kho (خ) dibaris keempat kolom pertama. Pada blok kedelapan isikan huruf Kho (خ) dibaris kedelapan kolom ketujuh. Pada blok kesembilan isikan huruf Kho (خ) dibaris kesembilan kolom kesembilan. Pada blok keenam isikan huruf Kho (خ) dibaris kelima kolom kesepuluh. Pada blok isikan huruf Kho (خ) dibaris kesepuluh kolom keduabelas. Pada blok kesepuluh isikan huruf Kho (خ) dibaris keduabelas kolom ketiga.



ا	د	ش	خ	ط	و	ك	ف	ه	ل	ض	ط	ه
ل	ف	ث	ك	ش	ا	ه	ل	د	ك	ش	ا	د
ط	ه	و										
	و	د	ث	ل	ه	ش	ا	ط	ف	ك	ا	ط
ف	ك	ه	ط	د	و	ا	ط	ك	ف	ه	ل	ش
	ش	ا	ل	خ	ف	ك	ط	ه				و
د	خ	ط	ل	ف	ه	ث	ا	ش	ك	و	ك	ش
و		ك	ا	ط	د				ل	ف	ه	ل
		ه	ف	ش	ك	ل	و			ا	ط	د
ه	ل		ف	و	ا	د	ش	ا	ط	ك		
	ط	ا	د	خ	ه				ش	ل	و	ش
ش			و	ك	ل	ط	ف	ا	ه			د

**Gambar 10** Pewarnaan Sel permainan Sudoku Hijaiyah yang Tidak Dapat Diisi Huruf Kho (خ)

Pilihlah salah satu huruf pada permainan Sudoku Hijaiyah, misalkan huruf Dhod (ض). Perhatikan gambar 11. Pada blok pertama isikan huruf Dhod (ض) dibaris ketiga kolom keempat. Pada blok kedua isikan huruf Dhod (ض) dibaris kedua kolom kelima. Pada blok keempat isikan huruf Dhod (ض) dibaris pertama kolom keenam. Pada blok kelima isikan huruf Dhod (ض) dibaris keempat kolom keenam. Pada blok keenam isikan huruf Dhod (ض) dibaris kelima kolom kesembilan. Pada blok ketujuh isikan huruf Dhod (ض) dibaris kesembilan kolom kedua. Pada blok kedelapan isikan huruf Dhod (ض) dibaris kedelapan kolom ketujuh. Pada blok kesembilan isikan huruf Dhod (ض) dibaris ketujuh kolom keduabelas. Pada blok kesepuluh isikan huruf Dhod (ض) dibaris kesepuluh kolom ketiga. Pada blok kesebelas terdapat isikan huruf Dhod (ض) dibaris kesebelas kolom kedelapan. Pada blok keduabelas isikan huruf Dhod (ض) dibaris kesebelas kolom keduabelas.

ا	د	ش	خ	ط	و	ك	ف	ه	ل	ض	ط	ه
ل	ف	ث	ك	ش	ا	ه	ل	د	ك	ش	ا	د
ط	ه	و										
خ	و	د	ث	ل	ه	ش	ا	ط	ف	ك	ا	ط
ف	ك	ه	ط	د	و	ا	ط	ك	ف	ه	ل	ش
	ش	ا	ل	خ	ف	ك	ط	ه				و
د	خ	ط	ل	ف	ه	ث	ا	ش	ك	و	ك	ش
و		ك	ا	ط	د				ل	ف	ه	ل
		ه	ف	ش	ك	ل	و			ا	ط	د
ه	ل		ف	و	ا	د	ش	ا	ط	ك		
	ط	ا	د	خ	ه				ش	ل	و	ش
ش			و	ك	ل	ط	ف	ا	ه			د

**Gambar 11** Pewarnaan Sel permainan Sudoku Hijaiyah yang Tidak Dapat Diisi Huruf Dhod (ض)

Langkah terakhir dalam menyelesaikan masalah permainan Sudoku Hijaiyah ukuran  $12 \times 12$  melengkapi setiap sel yang masih kosong dengan huruf Tsa (ث). Gambar 12 adalah gambar permainan Sudoku Hijaiyah yang sudah berhasil dilengkaapi dan dipecahkan.

ا	د	ش	خ	ط	ك	ف	و	ث	ه	ل	ض
ل	ف	ث	ك	ض	ش	خ	ه	د	ا	و	ط
ط	ه	و	ض	ا	د	ث	ل	ك	ش	خ	ف
خ	و	د	ث	ل	ض	ه	ش	ف	ا	ط	ك
ف	ك	ه	ط	د	ث	ا	و	ض	خ	ش	ل
ض	ش	ل	ا	خ	ف	ك	ط	ه	د	ث	و
د	خ	ط	ل	ف	ا	ه	ث	ش	ك	و	ض
و	ا	ك	ش	د	ط	ض	خ	ل	ف	ه	ث
ث	ض	ف	ه	ش	ل	ك	و	د	خ	ا	ط
ه	ل	ض	ف	و	ا	ش	د	ط	ك	ث	خ
ك	ط	ا	د	ه	خ	ث	ض	و	ل	ف	ش
ش	خ	و	ث	ل	ك	ف	ط	ه	ا	ض	د

Gambar 12 Permainan Sudoku Hijaiyah yang Sudah Terpecahkan

### 3.2 Representasi Permainan Sudoku ke dalam Graf

Pada permainan Sudoku yang sudah terpecahkan akan direpresentasikan kedalam graf. Setiap sel tersebut menyatakan sebuah simpul dalam graf. Aturan permainan Sudoku dijadikan syarat ketetanggaan saat membuat sisi graf. Untuk masing-masing simpul cukup dihubungkan sebanyak satu kali dengan simpul yang sama. Sel-sel dalam permainan Sudoku selanjutnya diberi penamaan dengan  $v_{i,j}$ , dimana  $i$  menyatakan baris dan  $j$  menyatakan kolom.

$v_{1,1}$	$v_{1,2}$	$v_{1,3}$	$v_{1,4}$	$v_{1,5}$	$v_{1,6}$	$v_{1,7}$	$v_{1,8}$	$v_{1,9}$	$v_{1,10}$	$v_{1,11}$	$v_{1,12}$
$v_{2,1}$	$v_{2,2}$	$v_{2,3}$	$v_{2,4}$	$v_{2,5}$	$v_{2,6}$	$v_{2,7}$	$v_{2,8}$	$v_{2,9}$	$v_{2,10}$	$v_{2,11}$	$v_{2,12}$
$v_{3,1}$	$v_{3,2}$	$v_{3,3}$	$v_{3,4}$	$v_{3,5}$	$v_{3,6}$	$v_{3,7}$	$v_{3,8}$	$v_{3,9}$	$v_{3,10}$	$v_{3,11}$	$v_{3,12}$
$v_{4,1}$	$v_{4,2}$	$v_{4,3}$	$v_{4,4}$	$v_{4,5}$	$v_{4,6}$	$v_{4,7}$	$v_{4,8}$	$v_{4,9}$	$v_{4,10}$	$v_{4,11}$	$v_{4,12}$
$v_{5,1}$	$v_{5,2}$	$v_{5,3}$	$v_{5,4}$	$v_{5,5}$	$v_{5,6}$	$v_{5,7}$	$v_{5,8}$	$v_{5,9}$	$v_{5,10}$	$v_{5,11}$	$v_{5,12}$
$v_{6,1}$	$v_{6,2}$	$v_{6,3}$	$v_{6,4}$	$v_{6,5}$	$v_{6,6}$	$v_{6,7}$	$v_{6,8}$	$v_{6,9}$	$v_{6,10}$	$v_{6,11}$	$v_{6,12}$
$v_{7,1}$	$v_{7,2}$	$v_{7,3}$	$v_{7,4}$	$v_{7,5}$	$v_{7,6}$	$v_{7,7}$	$v_{7,8}$	$v_{7,9}$	$v_{7,10}$	$v_{7,11}$	$v_{7,12}$
$v_{8,1}$	$v_{8,2}$	$v_{8,3}$	$v_{8,4}$	$v_{8,5}$	$v_{8,6}$	$v_{8,7}$	$v_{8,8}$	$v_{8,9}$	$v_{8,10}$	$v_{8,11}$	$v_{8,12}$
$v_{9,1}$	$v_{9,2}$	$v_{9,3}$	$v_{9,4}$	$v_{9,5}$	$v_{9,6}$	$v_{9,7}$	$v_{9,8}$	$v_{9,9}$	$v_{9,10}$	$v_{9,11}$	$v_{9,12}$
$v_{10,1}$	$v_{10,2}$	$v_{10,3}$	$v_{10,4}$	$v_{10,5}$	$v_{10,6}$	$v_{10,7}$	$v_{10,8}$	$v_{10,9}$	$v_{10,10}$	$v_{10,11}$	$v_{10,12}$
$v_{11,1}$	$v_{11,2}$	$v_{11,3}$	$v_{11,4}$	$v_{11,5}$	$v_{11,6}$	$v_{11,7}$	$v_{11,8}$	$v_{11,9}$	$v_{11,10}$	$v_{11,11}$	$v_{11,12}$
$v_{12,1}$	$v_{12,2}$	$v_{12,3}$	$v_{12,4}$	$v_{12,5}$	$v_{12,6}$	$v_{12,7}$	$v_{12,8}$	$v_{12,9}$	$v_{12,10}$	$v_{12,11}$	$v_{12,12}$

Gambar 13 Penamaan Sel Pada Permainan Sudoku

- Pada simpul  $v_{1,1}$  akan dihubungkan dengan simpul  $v_{1,2}$ , simpul  $v_{1,3}$ , simpul  $v_{1,4}$ , simpul  $v_{1,5}$ , simpul  $v_{1,6}$ , simpul  $v_{1,7}$ , simpul  $v_{1,8}$ , simpul  $v_{1,9}$ , simpul

$v_{1,10}$ , simpul  $v_{1,11}$ , simpul  $v_{1,12}$ , simpul  $v_{2,1}$ , simpul  $v_{2,2}$ , simpul  $v_{2,3}$ , simpul  $v_{2,4}$ , simpul  $v_{2,5}$ , simpul  $v_{2,6}$ , simpul  $v_{2,7}$ , simpul  $v_{2,8}$ , simpul  $v_{2,9}$ , simpul  $v_{2,11}$ , simpul  $v_{2,12}$ , simpul  $v_{3,1}$ , simpul  $v_{3,2}$ , simpul  $v_{3,3}$ , simpul  $v_{3,4}$ , simpul  $v_{3,6}$ , simpul  $v_{3,7}$ , simpul  $v_{3,8}$ , simpul  $v_{3,9}$ , simpul  $v_{3,10}$ , simpul  $v_{3,11}$ , simpul  $v_{3,12}$ , simpul  $v_{4,1}$ , simpul  $v_{4,2}$ , simpul  $v_{4,3}$ , simpul  $v_{4,4}$ , simpul  $v_{4,5}$ , simpul  $v_{4,6}$ , simpul  $v_{4,7}$ , simpul  $v_{4,8}$ , simpul  $v_{4,9}$ , simpul  $v_{4,10}$ , simpul  $v_{4,12}$ , simpul  $v_{5,1}$ , simpul  $v_{5,2}$ , simpul  $v_{5,3}$ , simpul  $v_{5,4}$ , simpul  $v_{5,5}$ , simpul  $v_{5,6}$ , simpul  $v_{5,7}$ , simpul  $v_{5,9}$ , simpul  $v_{5,10}$ , simpul  $v_{5,11}$ , simpul  $v_{5,12}$ , simpul  $v_{6,1}$ , simpul  $v_{6,2}$ , simpul  $v_{6,3}$ , simpul  $v_{6,5}$ , simpul  $v_{6,6}$ , simpul  $v_{6,7}$ , simpul  $v_{6,8}$ , simpul  $v_{6,9}$ , simpul  $v_{6,10}$ , simpul  $v_{6,11}$ , simpul  $v_{6,12}$ , simpul  $v_{7,1}$ , simpul  $v_{7,2}$ , simpul  $v_{7,3}$ , simpul  $v_{7,4}$ , simpul  $v_{7,5}$ , simpul  $v_{7,6}$ , simpul  $v_{7,8}$ , simpul  $v_{7,9}$ , simpul  $v_{7,10}$ , simpul  $v_{7,11}$ , simpul  $v_{7,12}$ , simpul  $v_{8,1}$ , simpul  $v_{8,3}$ , simpul  $v_{8,4}$ , simpul  $v_{8,5}$ , simpul  $v_{8,6}$ , simpul  $v_{8,7}$ , simpul  $v_{8,8}$ , simpul  $v_{8,9}$ , simpul  $v_{8,10}$ , simpul  $v_{8,11}$ , simpul  $v_{8,12}$ , simpul  $v_{9,1}$ , simpul  $v_{9,2}$ , simpul  $v_{9,3}$ , simpul  $v_{9,4}$ , simpul  $v_{9,5}$ , simpul  $v_{9,6}$ , simpul  $v_{9,7}$ , simpul  $v_{9,8}$ , simpul  $v_{9,9}$ , simpul  $v_{9,10}$ , simpul  $v_{9,11}$ , simpul  $v_{10,1}$ , simpul  $v_{10,2}$ , simpul  $v_{10,3}$ , simpul  $v_{10,4}$ , simpul  $v_{10,5}$ , simpul  $v_{10,7}$ , simpul  $v_{10,8}$ , simpul  $v_{10,9}$ , simpul  $v_{10,10}$ , simpul  $v_{10,11}$ , simpul  $v_{10,12}$ , simpul  $v_{11,1}$ , simpul  $v_{11,2}$ , simpul  $v_{11,4}$ , simpul  $v_{11,5}$ , simpul  $v_{11,6}$ , simpul  $v_{11,7}$ , simpul  $v_{11,8}$ , simpul  $v_{11,9}$ , simpul  $v_{11,10}$ , simpul  $v_{11,11}$ , simpul  $v_{11,12}$ , simpul  $v_{12,1}$ , simpul  $v_{12,2}$ , simpul  $v_{12,3}$ , simpul  $v_{12,4}$ , simpul  $v_{12,5}$ , simpul  $v_{12,6}$ , simpul  $v_{12,7}$ , simpul  $v_{12,8}$ , simpul  $v_{12,10}$ , simpul  $v_{12,11}$ , simpul  $v_{12,12}$ .

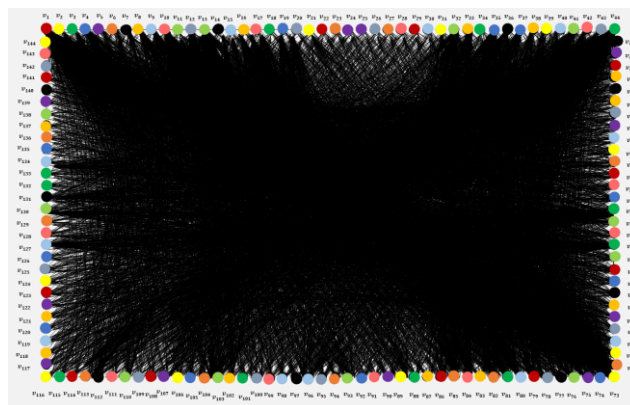
- Lakukan pada simpul-simpul lainnya sampai simpul terakhir, yaitu simpul  $v_{11,12}$  yang dihubungkan dengan simpul  $v_{12,12}$ .

### 3.3 Pewarnaan simpul pada Graf



**Gambar 14** Representasi Graf Yang Belum Diwarnai

Diperoleh graf yang simpulnya memiliki derajat yang sama besar yaitu  $d(v) = 12$ . Artinya, pada pewarnaan graf menggunakan welch-powel ini dibebaskan simpul mana yang akan diwarnai lebih awal. Pilih salah satu simpul, misal simpul  $v_{1,1}$ . Simpul  $v_{1,1}$  tidak saling bertetangga dengan simpul  $v_{2,10}$ , simpul  $v_{3,5}$ , simpul  $v_{4,11}$ , simpul  $v_{5,8}$ , simpul  $v_{6,4}$ , simpul  $v_{7,7}$ , simpul  $v_{8,2}$ , simpul  $v_{9,12}$ , simpul  $v_{10,6}$ , simpul  $v_{11,3}$ , dan simpul  $v_{12,9}$  warnai dengan warna yang sama, misal merah. Simpul  $v_{1,2}$  tidak saling bertetangga dengan simpul  $v_{2,9}$ , simpul  $v_{3,7}$ , simpul  $v_{4,3}$ , simpul  $v_{5,6}$ , simpul  $v_{6,11}$ , simpul  $v_{7,1}$ , simpul  $v_{8,5}$ , simpul  $v_{9,10}$ , simpul  $v_{10,8}$ , simpul  $v_{11,4}$ , dan simpul  $v_{12,12}$  warnai dengan warna yang sama, misal kuning. Lakukan pewarnaan tersebut hingga semua simpul diwarnai seluruhnya dan diperoleh hasil pewarnaan seperti tampak pada gambar 15.



**Gambar 15** Representasi Graf Yang Sudah Diwarnai

### 3.4 Penerapan hasil pewarnaan Graf ke dalam permainan Sudoku

Warna simpul yang sama menyatakan bahwa simpul tersebut tidak saling bertetangg. Setiap warna yang berbeda melambangkan bahwa simpul tersebut saling bertetangga satu dan lainnya. Warna-warna simpul yang sama melambangkan huruf hijaiyah yang sama pada solusi permainan Sudoku. Oleh karena itu, banyaknya warna dengan banyaknya huruf hijaiyah yang digunakan dalam permainan Sudoku.



**Gambar 16** Penerapan Perwarnaan Representasi Graf pada Permainan Sudoku

### 3.5 Banyaknya cara mewarnai simpul Graf

Berdasarkan pewarnaan graf sebelumnya terdapat 12 warna yang berbeda, maka bilangan kromatik ( $k$ ) yang digunakan adalah 12. Polynomial kromatik dari representasi graf yang menyatakan solusi permainan Sudoku Hijaiyah adalah

$$\begin{aligned}
 P_G(12) &= k(k-1)(k-2)(k-3)(k-4)(k-5)(k-6) \\
 &\quad (k-7)(k-8)(k-9)(k-10)(k-11) \\
 &= 12(12-1)(12-2)(12-3)(12-4)(12-5)(12-6) \\
 &\quad (12-7)(12-8)(12-9)(12-10)(12-11) \\
 &= 12(11)(10)(9)(8)(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1) \\
 &= 479,001,600 \text{ cara}
 \end{aligned}$$

Kesimpulannya, pada permainan Sudoku berukuran 12x12 yang sudah terpecahkan memiliki cara mewarnai sebanyak 479,001,600 cara.

## 4. KESIMPULAN DAN SARAN

### 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya dapat diambil simpulan bahwa Sudoku singkatan dari *Suuji wa dokunshin ni kagiru* artinya angka-angka yang harus tetap tunggal. Semakin banyak gride dan semakin sedikit angka bantuannya, maka semakin sulit dipecahkan dan memungkinkan solusi yang lebih dari satu (tidak unik). Adapun cara merepresentasikan permainan Sudoku Hijaiyah ke dalam pewarnaan graf adalah sebagai berikut:

1. Memecahkan permainan sudoku yang sudah ada.
2. Merepresentasikan permainan Sudoku ke dalam bentuk graf.
3. Memberikan warna pada setiap simpul graf dengan Algoritma Welch-Powell.
4. Menerapkan hasil pewarnaan graf ke dalam bentuk permainan Sudoku Hijaiyah.
5. Menghitung banyaknya cara mewarnai simpul graf dari permainan Sudoku dengan polynomial kromatik

Berdasarkan pewarnaan graf representasi permainan sudoku hijaiyah ukuran  $12 \times 12$  diperoleh cara mewarnai sebanyak 479,001,600 cara.

### 4.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya diharapkan dapat merepresentasikan permainan sudoku yang memiliki solusi lebih dari satu (unik) atau sudoku jenis lainnya. Selain itu, penelitian berikutnya juga dapat menerapkan pewarnaan graf pada permainan-permainan lainnya atau permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.

## DAFTAR PUSTAKA

- Adrianto, F. A., Permanasari, Y., dan Sukarsih, I., *Penerapan Pewarnaan Graf sebagai Metode untuk Mencari Solusi Permainan Sudoku*, Skripsi, Program Studi, Universitas Islam Bandung, 2015, 331–335.
- Al-hasan, M. A. F., *Penggunaan Perwarna Graf dalam Mencari Solusi Sudoku*, Program Studi Teknik Informatika, Sekolah Teknik Elektro dan

- Informatika, Institut Teknologi Bandung, 2011.
- Aldous, J. M. dan Wilson, R. J., Graphs and Applications: An Introductory Approach, *Choice Reviews Online*, **38**(4) (2000).
- Munir, R., *Matematika Diskrit*, Informatika Bandung, 2010.
- Mustofin, M. dan Nurhayati, H., *Aplikasi Permainan Sudoku Huruf Hiyaiyah Menggunakan Algoritma Backtracking dan Multiplicative CRNG Sebagai Pembangkit dan Penyelesai Permainan*, *Matics*, **5**(3) (2013).
- Rahayuningsih, S., *Teori Graph dan Penerapannya.*, Unidha Press, 2018.
- Wilson, R. J. dan Watkins, J. J., *Graphs An Introductory Approach*, John Wiley & Sons, 1989.

