

**ANALISIS PENGARUH PENGGUNAAN MASKER  
SEBAGAI UPAYA PENGENDALIAN PENYEBARAN COVID-19**

**Hilmy Fauztsany**

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman

**Wuryatmo A. Sidik\***

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman  
wuryatmo.sidik@unsoed.ac.id

**Niken Larasati**

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman

**ABSTRACT.** *Covid-19 is an infectious disease caused by Severe Acute Respiratory Syndrome 2 (SARS-CoV2). One attempt to suppress the spread of Covid-19 with used health masks. The study aims to provide information relating to the dynamics of the spread of Covid-19 disease based on mathematical models that the effect of health masks. The model used in this study is Susceptible-Exposed-Infected-Recovered (SEIR) model. The SEIR model is solved using a qualitative method, by analyzing the stability of the systems equilibrium point. The of Covid-19 model producing a balance point of the disease-free equilibrium and endemic equilibrium point that will be asymptotically stable under certain conditions. The result shows that the use of health masks is effective to controlling the spread of Covid-19 disease when the level of health masks used is at least 55% of the total susceptible population and 52% of total infected population who used health masks. The analysis shows that transmission rate and health masks used of infected individuals rate were the most dominant parameters. If increasing the parameter of value using an infected individuals health mask, it can reduce the endemism of the disease. So, it is necessary to control the spread of Covid-19 disease by using health masks on vulnerable individuals and infected individuals.*

**Keywords:** *SEIR model, Covid-19 disease, a healt mask, the equilibrium points, sensitivity analysis.*

**ABSTRAK.** Covid-19 adalah penyakit menular yang disebabkan oleh *Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2 (SARS-CoV2)*. Salah satu upaya untuk menekan penyebaran Covid-19 adalah dengan menggunakan masker. Penelitian ini bertujuan memberikan informasi terkait dinamika penyebaran penyakit Covid-19 berdasarkan model matematika dengan pengaruh penggunaan masker. Model yang digunakan pada penelitian ini adalah model *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered (SEIR)*. Model SEIR diselesaikan dengan penyelesaian kualitatif, yaitu dengan menganalisis kestabilan titik kesetimbangan dan angka reproduksi dasar. Model Covid-19 menghasilkan titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik yang akan bersifat stabil asimtotis dengan

syarat tertentu. Hasil penelitian menunjukkan, penggunaan masker kesehatan efektif dalam pengendalian penyakit Covid-19 saat tingkat penggunaan masker kesehatan minimal 55% dari total populasi individu rentan dan 52% dari total populasi individu terinfeksi. Semakin besar tingkat penggunaan masker kesehatan maka individu semakin cepat sembuh dari penyakit. Analisis sensitivitas menunjukkan tingkat penggunaan dan tingkat pelepasan masker kesehatan individu terinfeksi merupakan parameter yang paling berpengaruh. Apabila memperbesar nilai parameter penggunaan masker kesehatan individu terinfeksi, maka dapat menurunkan endemisitas penyakit. Sehingga perlu dilakukan pengendalian penyebaran penyakit Covid-19 dengan cara menggunakan masker kesehatan pada individu rentan dan individu terinfeksi.

**Kata Kunci:** Model SEIR, penyakit Covid-19, masker kesehatan, kestabilan titik kesetimbangan, analisis sensitivitas.

## 1. PENDAHULUAN

Coronavirus adalah keluarga besar virus yang dapat menyebabkan penyakit pada hewan atau manusia (WHO 2020). Coronavirus menginfeksi hewan dan hanya bersirkulasi pada hewan, diantaranya adalah unta dan kelelawar. Namun terdapat beberapa jenis coronavirus yang bermutasi sehingga dapat menginfeksi manusia. Oleh karena itu, coronavirus disebut juga virus *zoonotic* yaitu virus yang dapat bertransmisi antar spesies, yaitu dari hewan ke manusia (Susilo, dkk., 2020). Proses transmisi virus ke manusia menyebabkan infeksi pernafasan mulai dari flu biasa hingga penyakit yang lebih parah seperti *Severe Acute Respiratory Syndrome* (SARS), *Middle East Respiratory Syndrome* (MERS), dan yang terbaru yaitu *Coronavirus Disease 2019* (Covid-19) (Kementrian Kesehatan, 2020).

Kasus Covid-19 pertama kali dilaporkan terjadi di Wuhan, Provinsi Hubei, yaitu pada Desember 2019. Sumber penularan kasus ini belum diketahui dengan pasti, tetapi kasus pertama dikaitkan dengan pasar ikan di Wuhan. Tanggal 11 Februari 2020, *World Health Organization* (WHO) mengumumkan penyakit Covid-19 disebabkan oleh virus SARS-CoV-2. Sejak munculnya kasus pertama di Wuhan, Covid-19 pertama kali dilaporkan di Indonesia pada tanggal 2 Maret 2020 sejumlah dua kasus (Susilo, dkk., 2020). Menurut data dari Satuan Tugas Penanganan Covid-19 tanggal 1 Juni 2021 terkonfirmasi jumlah masyarakat Indonesia yang terinfeksi Covid-19 sebesar 1.821.703 jiwa, 1.669.119 sembuh, dan 50.578 meninggal. Dalam upaya pencegahan dan pengendalian Covid-19,

pemerintah di seluruh dunia mengeluarkan kebijakan penularan yang beragam. Salah satu upaya yang telah disepakati Pusat Pengendalian dan Pencegahan Penyakit (*Centers for Disease Control/CDC*) Amerika Serikat dan WHO adalah penggunaan masker oleh seluruh masyarakat. Penggunaan masker dapat membatasi penyebaran penyakit-penyakit virus saluran pernapasan tertentu, termasuk Covid-19.

Salah satu cara untuk mengetahui suatu penyakit menular dapat menjadi pandemi atau tidak yaitu dengan mengkaji dinamika dan pola penyebaran penyakit menular. Dinamika dan pola penyebaran penyakit menular dapat digambarkan dalam sebuah model epidemi. Penelitian tentang model epidemi penyebaran penyakit menular telah banyak dilakukan guna menganalisis pola penyebaran penyakit tersebut, diantaranya Kusumo dkk., (2020) yang melakukan penelitian pemodelan penyebaran penyakit Covid-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta menggunakan model epidemi SIR. Kemudian, Carcione dkk., (2020) melakukan simulasi penyebaran penyakit Covid-19 menggunakan model SEIR. Penelitian tersebut membahas tentang simulasi model SEIR dengan membedakan dua jenis kematian pada individu terinfeksi, yaitu kematian secara alami dan kematian akibat terinfeksi virus. Penelitian tersebut mengasumsikan bahwa proses penularan penyakit terjadi karena adanya interaksi antar individu. Artinya, semakin rendah interaksi antar individu maka semakin melambat pula proses penyebarannya. Berdasarkan latar belakang tersebut, penulis tertarik mengembangkan penelitian yang dilakukan oleh Carcione dkk., (2020) dengan menambahkan variabel penggunaan masker dan menggunakan data penyebaran penyakit Covid-19.

## **2. METODE PENELITIAN**

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi pustaka dengan cara mengumpulkan materi dari berbagai sumber seperti buku, jurnal, dan skripsi yang berkaitan. Penelitian ini dilakukan dengan mengkaji teorema-teorema sistem dinamik dari literatur yang diperoleh, kemudian diterapkan pada masalah penyebaran penyakit. Adapun langkah-langkah yang

dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut: 1). Menentukan asumsi-asumsi yang sesuai untuk model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh penggunaan masker; 2). Mengidentifikasi variabel dan parameter pada model penyebaran penyakit Covid -19 dengan dengan pengaruh penggunaan masker; 3). Menurunkan model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh penggunaan masker; 4). Mencari titik kesetimbangan model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh penggunaan masker; 5). Mencari angka reproduksi dasar penyebaran penyakit COVID-19 dengan pengaruh penggunaan masker; 6). Menganalisis kestabilan titik kesetimbangan model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh penggunaan masker; 7). Melakukan simulasi dan analisis model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh penggunaan masker; 8). Melakukan analisis pengaruh masker kesehatan sebagai upaya pengendalian penyebaran penyakit Covid-19; 9). Melakukan analisis sensitivitas parameter yang berkaitan dengan upaya pengendalian penyebaran penyakit Covid-19.

### **3. HASIL DAN PEMBAHASAN**

#### **3.1 Model Penyebaran Penyakit Covid-19 dengan Pengaruh Penggunaan Masker**

Model penyebaran penyakit Covid-19 dengan vaksinasi dikonstruksi menggunakan asumsi-asumsi sebagai berikut: 1). Populasi bersifat tertutup, artinya tidak ada individu masuk ke dalam populasi atau keluar dari populasi; 2). Total populasi diasumsikan konstan; 3). Tingkat kelahiran dan kematian alami diasumsikan sama; 4). Individu yang baru lahir masuk ke dalam kelompok individu rentan; 5). Penyakit Covid-19 menular melalui kontak langsung antara individu rentan dengan individu terinfeksi; 6). Individu rentan dibagi menjadi dua, yaitu individu rentan tidak menggunakan masker kesehatan yang dapat terinfeksi dan individu rentan menggunakan masker kesehatan yang tidak dapat terinfeksi. Individu rentan menggunakan masker kesehatan jika melepaskan masker kesehatan, maka menjadi individu rentan tidak menggunakan masker dan sebaliknya; 7). Individu terinfeksi dibagi menjadi dua, yaitu individu terinfeksi tidak menggunakan masker kesehatan dan individu terinfeksi menggunakan

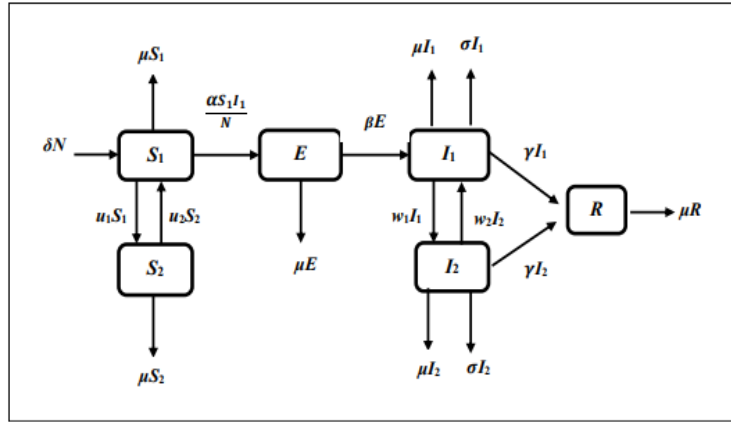
masker kesehatan. Individu terinfeksi yang menggunakan masker kesehatan jika melepaskan masker kesehatan, maka menjadi individu terinfeksi tidak menggunakan masker dan sebaliknya; 8). Individu sembuh tidak dapat terinfeksi kembali.

Variabel dan parameter yang digunakan dalam model penyebaran penyakit Covid-19 dengan pengaruh penggunaan masker disajikan dalam Tabel 1.

**Tabel 1.** Daftar variabel dan parameter

Simbol	Definisi	Jenis	Syarat	Satuan
$N$	Total populasi penduduk	Variabel	$N \geq 0$	Jiwa
$S_1$	Jumlah individu rentan tidak menggunakan masker	Variabel	$S_1 \geq 0$	Jiwa
$S_2$	Jumlah individu rentan menggunakan masker	Variabel	$S_2 \geq 0$	Jiwa
$E$	Jumlah individu terpapar	Variabel	$E \geq 0$	Jiwa
$I_1$	Jumlah individu terinfeksi tidak menggunakan masker	Variabel	$I_1 \geq 0$	Jiwa
$I_2$	Jumlah individu terinfeksi menggunakan masker	Variabel	$I_2 \geq 0$	Jiwa
$R$	Jumlah individu sembuh	Variabel	$R \geq 0$	Jiwa
$\delta$	Tingkat kelahiran	Parameter	$0 < \delta < 1$	per hari
$\mu$	Tingkat kematian alami	Parameter	$0 < \mu < 1$	per hari
$u_1$	Tingkat penggunaan masker individu rentan	Parameter	$0 < u_1 < 1$	per hari
$u_2$	Tingkat pelepasan masker individu rentan	Parameter	$0 < u_2 < 1$	per hari
$w_1$	Tingkat penggunaan masker individu terinfeksi	Parameter	$0 < w_1 < 1$	per hari
$w_2$	Tingkat pelepasan masker individu terinfeksi	Parameter	$0 < w_2 < 1$	per hari
$\sigma$	Tingkat kematian akibat penyakit	Parameter	$0 < \sigma < 1$	per hari
$\alpha$	Tingkat penularan penyakit	Parameter	$0 < \alpha < 1$	per hari
$\beta$	Tingkat perpindahan individu terpapar ke individu terinfeksi	Parameter	$0 < \beta < 1$	per hari
$\gamma$	Tingkat kesembuhan individu terinfeksi	Parameter	$0 < \gamma < 1$	per hari

Secara skematis proses penyebaran penyakit COVID-19 dengan vaksinasi dapat disajikan dalam diagram kompartemen pada Gambar 1.



**Gambar 1.** Alur penyebaran penyakit pada model SEIR.

Berdasarkan diagram kompartemen pada Gambar 1, dapat dirumuskan model SEIR dalam persamaan diferensial berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_1}{dt} &= \delta N + u_2 S_2 - \frac{\alpha S_1 I_1}{N} - (u_1 + \mu) S_1 \\
 \frac{dS_2}{dt} &= u_1 S_1 - (u_2 + \mu) S_2 \\
 \frac{dE}{dt} &= \frac{\alpha S_1 I_1}{N} - (\beta + \mu) E \\
 \frac{dI_1}{dt} &= \beta E + w_2 I_2 - (w_1 + \gamma + \sigma + \mu) I_1 \\
 \frac{dI_2}{dt} &= w_1 I_1 - (w_2 + \gamma + \sigma + \mu) I_2 \\
 \frac{dR}{dt} &= (I_1 + I_2) \gamma - \mu R
 \end{aligned} \tag{1}$$

dengan nilai  $N = S_1 + S_2 + E + I_1 + I_2 + R$ . Sistem (1) dapat dibentuk dalam sistem nondimensional sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{ds_1}{dt} &= \mu + u_2 s_2 - \alpha s_1 i_1 - (u_1 + \mu) s_1 \\
 \frac{ds_2}{dt} &= u_1 s_1 - (u_2 + \mu) s_2 \\
 \frac{de}{dt} &= \alpha s_1 i_1 - (\beta + \mu) e \\
 \frac{di_1}{dt} &= \beta e + w_2 i_2 - (w_1 + \gamma + \sigma + \mu) i_1 \\
 \frac{di_2}{dt} &= w_1 i_1 - (w_2 + \gamma + \sigma + \mu) i_2 \\
 \frac{dr}{dt} &= (i_1 + i_2) \gamma - \mu r
 \end{aligned} \tag{2}$$

### 3.2 Titik Kesetimbangan

Titik kesetimbangan sistem (2) dapat diselesaikan dengan metode *nullclines* yaitu mengasumsikan ruas kanan dari sistem (2) sama dengan nol. Penyelesaian tersebut menghasilkan dua titik kesetimbangan yaitu, titik kesetimbangan bebas penyakit

$$TE_0(s_1^*, s_2^*, e^*, i_1^*, i_2^*, r) = \left( \frac{(u_2 + \mu)}{(u_1 + u_2 + \mu)}, \frac{u_1}{(u_1 + u_2 + \mu)}, 0, 0, 0, 0 \right)$$

dan titik kesetimbangan endemik  $TE_1(s_1^*, s_2^*, e^*, i_1^*, i_2^*, r^*)$  dengan

$$\begin{aligned} s_1^* &= \frac{(AB - w_1 w_2)(\beta + \mu)}{\alpha \beta B}, \\ s_2^* &= \frac{u_1 (AB - w_1 w_2)(\beta + \mu)}{\alpha \beta B (u_2 + \mu)}, \\ e^* &= \frac{(\mu \alpha^2 \beta B (u_2 + \mu) + \alpha u_1 u_2 C - C(u_1 + \mu)(u_2 + \mu))(AB - w_1 w_2)}{\alpha \beta (u_2 + \mu) BC}, \\ i_1^* &= \frac{\mu \alpha^2 \beta B (u_2 + \mu) + \alpha u_1 u_2 C - C(u_1 + \mu)(u_2 + \mu)}{\alpha (u_2 + \mu) C}, \\ i_2^* &= \frac{u_1 (\mu \alpha^2 \beta B (u_2 + \mu) + \alpha u_1 u_2 C - C(u_1 + \mu)(u_2 + \mu))}{\alpha (u_2 + \mu) BC}, \\ r^* &= \frac{\gamma}{\mu} \left( \frac{\mu \alpha^2 \beta B (u_2 + \mu) + \alpha u_1 u_2 C - C(u_1 + \mu)(u_2 + \mu)}{\alpha (u_2 + \mu) C} \right) \left( 1 + \frac{w_1}{B} \right), \end{aligned}$$

dengan  $A = (w_1 + \gamma + \sigma + \mu)$ ,  $B = (w_2 + \gamma + \sigma + \mu)$ , dan  $C = (AB - w_1 w_2)(\beta + \mu)$ .

### 3.3 Angka Reproduksi Dasar

Angka reproduksi dasar ( $R_0$ ) dapat ditentukan dengan mencari nilai eigen maksimum yang diperoleh dari matriks *next generation*. Berdasarkan sistem (2) diperoleh matriks  $\mathbf{F}$  dan  $\mathbf{V}$  sebagai berikut:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha \left( \frac{(u_2 + \mu)}{(u_1 + u_2 + \mu)} \right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ dan } \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \beta + \mu & 0 & 0 \\ -\beta & (w_1 + \gamma + \sigma + \mu) & -w_2 \\ 0 & -w_1 & (w_2 + \gamma + \sigma + \mu) \end{pmatrix}$$

Dengan demikian, diperoleh bilangan reproduksi dasar yang merupakan nilai eigen terbesar dari matriks *next generation* ( $\mathbf{FV}^{-1}$ ), yaitu

$$R_0 = \rho(\mathbf{FV}^{-1}) = \alpha \left( \frac{u_2 + \mu}{u_1 + u_2 + \mu} \right) \left( \frac{\beta B}{C} \right). \tag{3}$$

### 3.1 Analisis Perilaku Model di sekitar Titik Keseimbangan

Matriks Jacobian hasil linierisasi sistem (2) di sekitar titik keseimbangan bebas penyakit adalah

$$\mathbf{J}_{(TE_0)} = \begin{pmatrix} -(u_1 + \mu) & u_2 & 0 & -J_1 & 0 & 0 \\ u_1 & -(u_2 + \mu) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\beta + \mu) & J_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & -J_2 & w_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_1 & -J_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma & \gamma & -\mu \end{pmatrix}.$$

Persamaan karakteristik dari matriks  $\mathbf{J}_{(TE_0)}$  adalah

$$|\mathbf{J}_{(TE_0)} - \lambda \mathbf{I}| = 0$$

atau

$$\Leftrightarrow (-\mu - \lambda)(\lambda^2 + \lambda(u_1 + u_2 + 2\mu) + u_1\mu + u_2\mu + \mu^2) \\ (-\lambda^3 - \lambda^2(J_2 + J_3 + \beta + \mu) - \lambda(J_2J_3 + J_2(\beta + \mu) + J_3(\beta + \mu) - (w_1w_2 + \beta J_1)) + w_1w_2(\beta + \mu) + \beta J_1J_3 - J_2J_3(\beta + \mu)) = 0$$

sehingga diperoleh nilai eigen  $\lambda_1 = -\mu$ . Kemudian, karena diketahui  $\mu > 0$ ,  $u_1 > 0$ , dan  $u_2 > 0$ , maka diperoleh  $\lambda_{2,3} < 0$ . Selanjutnya, untuk

$\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$  dicari dengan menggunakan *Routh Hurwitz*, diperoleh

$$\begin{aligned} a_0 &= 1, \\ a_1 &= J_2 + J_3 + \beta + \mu \\ a_2 &= J_2J_3 + J_2(\beta + \mu) + J_3(\beta + \mu) - (w_1w_2 + \beta J_1) \\ a_3 &= -w_1w_2(\beta + \mu) - \beta J_1J_3 + J_2J_3(\beta + \mu) \end{aligned}$$

mempunyai akar bernilai negatif ( $\lambda_4 < 0$ ,  $\lambda_5 < 0$ ,  $\lambda_6 < 0$ ) apabila semua suku pada kolom pertama tabel *Routh-Hurwitz* bernilai positif. Akar persamaan akan bernilai negatif apabila  $a_1a_2 > a_0a_3$ ,  $a_3 > 0$ , dan menyebabkan nilai  $R_0 < 1$ . Hal ini berarti bahwa apabila  $R_0 < 1$ , titik keseimbangan bebas penyakit  $TE_0(s_1^*, s_2^*, e^*, i_1^*, i_2^*, r^*)$  pada sistem (2) akan bersifat stabil asimtotis.

Matriks Jacobian di sekitar titik keseimbangan endemik adalah



$$\mathbf{J}_{(TE_1)} = \begin{pmatrix} -J_1 - (u_1 + \mu) & u_2 & 0 & -J_2 & 0 & 0 \\ u_1 & -(u_2 + \mu) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_1 & 0 & -(\beta + \mu) & J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & -J_3 & w_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_1 & -J_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma & \gamma & -\mu \end{pmatrix}.$$

Berdasarkan matriks  $\mathbf{J}_{(TE_1)}$ , diperoleh persamaan karakteristik sebagai berikut

$$a_0\lambda^5 + a_1\lambda^4 + a_2\lambda^3 + a_3\lambda^2 + a_4\lambda + a_5 = 0, \tag{4}$$

dengan

$$\begin{aligned} a_0 &= 1, \\ a_1 &= \beta + u_1 + u_2 + 3\mu + J_1 + J_3 + J_4, \\ a_2 &= (\beta + \mu + J_3 + J_4)(J_1 + u_1 + u_2 + 2\mu) + J_3(\beta + \mu) + J_4(\beta + \mu) \\ &\quad + J_3J_4 + J_1(u_2 + \mu) + u_1\mu + \mu(u_2 + \mu) - w_1w_2 - \beta J_2, \\ a_3 &= (\beta + \mu + J_3 + J_4)(J_1(u_2 + \mu) + u_1\mu + \mu(u_2 + \mu)) \\ &\quad + (J_3(\beta + \mu) + J_3(\beta + \mu) + J_3J_4)(J_1 + u_1 + u_2 + 2\mu) + J_3J_4(\beta + \mu) \\ &\quad - w_1w_2(J_1 + u_1 + u_2 + \beta + 3\mu) - \beta J_2(J_4 + u_1 + u_2 + 2\mu), \\ a_4 &= (J_3(\beta + \mu) + J_4(\beta + \mu) + J_3J_4)(J_1(u_2 + \mu) + u_1\mu + \mu(u_2 + \mu)) \\ &\quad + J_3J_4(\beta + \mu)(J_1 + u_1 + u_2 + 2\mu) - w_1w_2\mu(J_1 + u_1 + \mu) - w_1w_2u_2(J_1 + \mu) \\ &\quad - w_1w_2(\beta + \mu)(J_1 + u_1 + u_2 + 2\mu) - \beta J_2J_4(u_1 + u_2 + 2\mu) - \beta J_2\mu(u_1 + u_2 + \mu), \\ a_5 &= -w_1w_2\mu(\beta + \mu)(J_1 + u_1 + \mu) - w_1w_2u_2(\beta + \mu)(J_1 + \mu) \\ &\quad - \beta J_2J_4\mu(u_1 + u_2 + \mu) + J_3J_4(\beta + \mu)(J_1(u_2 + \mu) + u_1\mu + \mu(u_2 + \mu)). \end{aligned}$$

Jika  $a_i > 0$  dengan  $i = 1,2,3,4,5$  dan

$$a_1a_2 > a_0a_3, b_1a_3 > a_1b_2, c_1b_2 > b_1c_2, d_1c_2 > c_1d_2,$$

maka nilai  $R_0 > 1$ . Hal ini berarti bahwa apabila  $R_0 > 1$ , titik kesetimbangan endemik  $TE_1(s_1^*, s_2^*, e^*, i_1^*, i_2^*, r^*)$  pada sistem (2) akan bersifat stabil asimtotis.

### 3.2 Simulasi Model

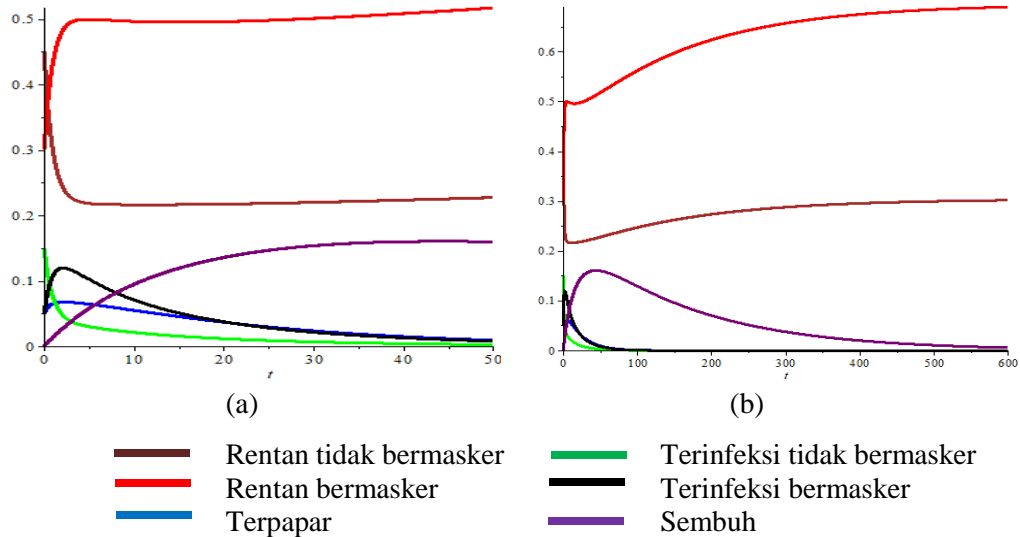
Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi model adalah  $\mu = 0,00625$ ,

$\alpha = 0,5$ ,  $\beta = 0,07143$ ,  $\gamma = 0,07143$ ,  $u_1 = 0,7$ ,  $u_2 = 0,3$ ,  $w_1 = 0,8$ ,  $w_2 = 0,2$ , dan  $\sigma = 0,0333$ .

Nilai awal variabel adalah

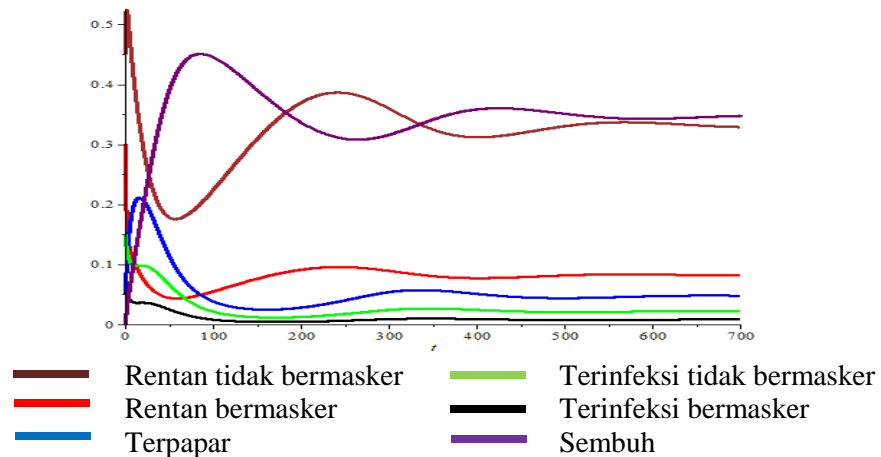
$$s_1(0) = 0,45, s_2(0) = 0,3, e(0) = 0,05, i_1(0) = 0,15, i_2(0) = 0,05, \text{ dan } r(0) = 0.$$

Hasil simulasi penyelesaian model di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit disajikan pada Gambar 2.



**Gambar 2 .** (a). Grafik penyelesaian model disekitar titik kesetimbangan bebas penyakit dalam rentang waktu 50 hari. (b). Grafik penyelesaian model disekitar titik kesetimbangan bebas penyakit dalam rentang waktu 600 hari.

Apabila nilai parameter  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $w_1$ ,  $w_2$  diubah menjadi  $u_1 = 0,2$ ,  $u_2 = 0,8$ ,  $w_1 = 0,3$ , dan  $w_2 = 0,7$  maka diperoleh hasil simulasi penyelesaian model di sekitar titik kesetimbangan endemik disajikan pada Gambar 3.



**Gambar 3.** Grafik penyelesaian model disekitar titik kesetimbangan endemik dalam rentang waktu 700 hari.

### 3.3 Analisis Pengaruh Masker Kesehatan Sebagai Upaya Pengendalian Penyebaran Covid-19

Pada bagian ini akan dianalisis tingkat efektivitas penggunaan masker kesehatan dengan mengubah nilai parameter tingkat penggunaan masker individu rentan ( $u_1$ ), tingkat pelepasan masker individu rentan ( $u_2$ ), tingkat penggunaan masker individu terinfeksi ( $w_1$ ), dan tingkat pelepasan masker individu terinfeksi ( $w_2$ ), disajikan dalam Tabel 2 berikut

**Tabel 2.** Perbandingan tingkat efektivitas penggunaan dan pelepasan masker kesehatan

$u_1$	$u_2$	$w_1$	$w_2$	$R_0$
0	1	0	1	4,14163
0,1	0,9	0,3	0,7	2,72284
0,25	0,75	0,2	0,8	2,55233
0,4	0,6	0,45	0,55	1,37230
0,47	0,53	0,49	0,51	1,15425
0,52	0,48	0,51	0,49	1,08264
0,55	0,45	0,52	0,48	0,99897
0,6	0,4	0,7	0,3	0,61858
0,8	0,2	0,6	0,4	0,39046
1	0	1	0	0,00257

Berdasarkan Tabel 2, semakin tinggi tingkat penggunaan masker kesehatan individu rentan ( $u_1$ ) dan tingkat penggunaan masker kesehatan individu terinfeksi ( $w_1$ ), serta semakin rendah tingkat pelepasan masker kesehatan individu rentan ( $u_2$ ) dan tingkat penggunaan masker kesehatan individu terinfeksi ( $w_2$ ), menyebabkan nilai  $R_0$  semakin kecil. Keadaan bebas penyakit ( $R_0 < 1$ ), terjadi ketika  $u_1 \geq 0,55$ ,  $u_2 \leq 0,45$ ,  $w_1 \geq 0,52$ , dan  $w_2 \leq 0,48$ .

### 3.4 Analisis Sensitivitas

Pada bagian ini akan dianalisis sensitivitas parameter tingkat penggunaan masker kesehatan individu rentan ( $u_1$ ), tingkat pelepasan masker kesehatan individu rentan ( $u_2$ ), tingkat penggunaan masker kesehatan individu terinfeksi ( $w_1$ ), dan tingkat pelepasan masker kesehatan individu terinfeksi ( $w_2$ ) terhadap

$R_0$ . Indeks sensitivitas parameter tersebut terhadap  $R_0$  disajikan pada Tabel 3 sebagai berikut:

**Tabel 3.** Indeks sensitivitas  $R_0$  terhadap parameter

Parameter ( $p$ )	Nilai Parameter	Indeks Sensitivitas	Nilai $R_0$			
			$p + 5\%p$	rasio	$p - 5\%p$	rasio
$u_1$	0,2	-0,19876	2,39239	-1,24%	2,45248	1,24%
$u_2$	0,8	+0,19722	2,54261	4,96%	2,30225	-4,96%
$w_1$	0,3	-0,27002	2,37763	-1,85%	2,46723	1,85%
$w_2$	0,7	+0,23306	2,52697	4,32%	2,31789	-4,32%

Berdasarkan Tabel 3, indeks sensitivitas dari  $u_1$  dan  $w_1$  bernilai negatif, artinya apabila nilai parameter  $u_1$  dan  $w_1$  naik maka nilai  $R_0$  akan turun, sedangkan indeks sensitivitas dari  $u_2$  dan  $w_2$  bernilai positif, artinya apabila nilai parameter  $u_2$  dan  $w_2$  naik maka nilai  $R_0$  akan naik. Semakin besar nilai negatif indeks sensitivitas pada suatu parameter maka perubahan parameter akan memberikan nilai  $R_0$  yang makin kecil, disisi lain semakin besar nilai positif indeks sensitivitas pada suatu parameter maka perubahan parameter akan memberikan maka nilai  $R_0$  yang makin besar.

#### 4. KESIMPULAN DAN SARAN

Model penyebaran penyakit Covid-19 yang digunakan pada penelitian ini adalah model SEIR. Model Covid-19 dengan vaksinasi menghasilkan dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat stabil asimtotis, jika  $a_1a_2 > a_0a_3$  dan  $a_3 > 0$  dengan  $R_0 < 1$ . Sementara itu, titik kesetimbangan endemik bersifat stabil asimtotis jika  $a_1a_2 > a_0a_3$ ,  $b_1a_3 > a_1b_2$ ,  $c_1b_2 > b_1c_2$ , dan  $d_1c_2 > c_1d_2$  dengan  $R_0 > 1$ . Hasil penelitian menunjukkan bahwa penggunaan masker kesehatan efektif dalam pengendalian penyebaran Covid-19 saat tingkat penggunaan masker kesehatan minimal 55% dari total populasi individu rentan dan tingkat penggunaan masker kesehatan minimal 52% dari total populasi individu terinfeksi. Analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter  $w_1$  dan parameter  $w_2$  merupakan dua parameter yang paling berpengaruh terhadap  $R_0$ .

Apabila parameter  $w_1$  bertambah, maka  $R_0$  akan turun. Sementara itu, apabila parameter  $w_2$  bertambah, maka  $R_0$  akan naik. Dengan demikian, perlu dilakukan upaya pengendalian penyebaran penyakit Covid-19 dengan cara meningkatkan penggunaan masker kesehatan pada individu rentan dan individu terinfeksi.

### UCAPAN TERIMAKASIH

Terimakasih kepada semua pihak yang telah memberikan kontribusi pada penelitian dan penulisan naskah artikel ini.

### DAFTAR PUSTAKA

- Annas, S., Isbar Pratama, M., Rifandi, M., Sanusi, W., dan Side, S., *Stability Analysis and Numerical Simulation of SEIR Model for Pandemic Covid-19 Spread in Indonesia*, Journal Pre-proof, **1**(1) (2020), 1-18.
- Atmojo, J. T., Iswahyuni, S., Rejo, R., Setyorini, C., Puspitasary, K., Ernawati, H., dan Mubarok, A. S., *Penggunaan Masker dalam Pencegahan dan Penanganan Covid-19: Rasionalitas, Efektivitas, dan Isu Terkini*, Avicenna: Journal of Health Research, **3**(2) (2020), 84-95.
- Boyce, W. E. dan Diprima, R. C., *Elementary Differential Equation and Boundary Value Problems*, 9<sup>th</sup> Edition, John Wiley & Sons, USA, 2009.
- Brauer, F., dan Driessche, P. V. D., *Models for Transmission of Disease with Immigration of Infectives*, Mathematical Biosciences, **2**(171) (2001), 143-154.
- Carcione, J. M., Santos, J. E., Bagaini, C., dan Ba, J., *A Simulation of a Covid-19 Epidemic Based on a Deterministic SEIR Model*, Frontiers in Public Health, **8**(230) (2020), 1-13.
- Chitnis, N., Hyman, J. M., dan Cushing, J. M., *Determining Important Parameters in the Spread of Malaria through the Sensitivity Analysis of a Mathematical Model*, Bulletin of Mathematical Biology, **70**(5) (2008), 1272-1296.
- Driessche, P. V. D. dan Watmough, J., *Reproduction Numbers and Subthreshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission*, Mathematical Biosciences, **180** (2002), 29-48.
- Edwards, C. H. dan Penney, D. E., *Elementary Differential Equation and Boundary Value Problems*, 6<sup>th</sup> Edition, Prentice Hall, USA, 2008.

- Finizio, N. dan Ladas, G., *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern*, Alih bahasa oleh Widiarti Santoso, Erlangga, Jakarta, 1998.
- Handayani, D., Hadi, D. R., Isbaniah, F., Burhan, E., dan Agustin, H., *Penyakit Virus cCorona 2019*, Jurnal Respirologi Indonesia, **40**(2) (2020), 119-129.
- Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, *Tentang Novel Coronavirus (NCoV)*, Kemkes, Jakarta, 2020.
- Kreyszig, E., *Advanced Engineering Mathematics*, 9<sup>th</sup> Ed., John Wiley & Sons, United States of America, 2006.
- Kusumo, F. A., Susyanto, N., Endrayanto, I., dan Meliala, A., *SIR-Based Model in Predicting The Early Outbreak of Covid-19 in The Special Region of Yogyakarta (DIY)*, Jurnal Matematika Thales (JMT), **2**(1) (2020), 1–10.
- Manaqib, M., Fauziah, I., dan Mujiyanti, M., *Mathematical Model for MERS-COV Disease Transmission with Medical Mask Usage and Vaccination*, InPrime: Indonesian Journal of Pure and Applied Mathematics. **1**(2) (2019), 97-109.
- Nise, N. S., *Control Systems Engineering*, 4<sup>th</sup> Edition, John Wiley & Sons, USA, 2004.
- Olsder, G. J. dan Woude, J. W., *Mathematical Systems Theory*, 2<sup>nd</sup> Edition, Delft University Press, Netherland, 2004.
- Susilo, A., Rumende, C. M., Pitoyo, C. W., Santoso, W. D., Yulianti, M., Kurniawan, H., Sinto, R., Singh, G., Nainggolan, L., Nelwan, E. J., Chen, L. K., Widhani, A., Wijaya, E., Wicaksana, B., Maksun, M., Annisa, F., Jasirwan, C. OM., dan Yuniastuti, E., *Coronavirus Disease-19: Tinjauan Literatur Terkini*. Jurnal Penyakit Dalam Indonesia, **7**(1) (2020), 45-67.
- WHO, *Anjuran Mengenai Penggunaan Masker dalam Konteks Covid-19*, World Health Organization, **8** (2020), 1–17.
- World Health Organization, *Question and Answer for Public*, 2020, <https://www.who.int/indonesia/news/novel-coronavirus/qa/qa-for-public>.
- Zill, D. G., *A First Course in Differential Equations with Modeling Applications*, 10<sup>th</sup> Edition, Cengage Learning, Canada, 2018.