

ANALISIS PEMODELAN SEIR PADA PENYEBARAN COVID-19 DENGAN PENGARUH VAKSINASI

Rizky Indriani

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman

Wuryatmo A. Sidik*

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman
wuryatmo.sidik@unsoed.ac.id

Niken Larasati

Jurusan Matematika, Universitas Jenderal Soedirman

ABSTRACT. Covid-19 is a type of a virus that infects the respiratory tract. The spread of this virus occurs when someone breathes in the spray of fluid that comes from an infected person when coughing, sneezing, or talking. DKI Jakarta is an area with a high cases of Covid-19 in Indonesia. One of the ways to reduce the rate of spread of Covid-19 is by vaccinating. This study aims to construct a mathematical model SEIR on the spread of Covid-19 with vaccination. The procured models are stable asymptotically around the disease-free equilibrium on certain conditions. The result shows that the use of vaccines is effective to controlling the spread of Covid-19 disease when the level of vaccine use is at least 1,1% with a vaccine effectiveness rate of 70,89%. The sensitivity analysis shows that the level of vaccination and the level of effectiveness of the vaccine in susceptible individuals are influential parameters. Therefore, it is necessary to control the spread of Covid-19 by using vaccines in susceptible individuals.

Keywords : Covid-19, mathematical model of SEIR, vaccination, equilibrium point, asymptotically stable, sensitivity analysis.

ABSTRAK. Covid-19 merupakan salah satu jenis virus yang menginfeksi saluran pernapasan. Penyebaran virus ini terjadi ketika seseorang menghirup percikan cairan yang keluar dari orang yang terinfeksi ketika batuk, bersin, atau berbicara. DKI Jakarta merupakan daerah dengan kasus Covid-19 yang tinggi di Indonesia. Salah satu cara untuk menekan laju penyebaran Covid-19 adalah dengan melakukan vaksinasi. Penelitian ini bertujuan untuk mengonstruksi model matematika SEIR pada penyebaran Covid-19 dengan pengaruh vaksinasi. Model yang diperoleh bersifat stabil asimtotik di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit dengan syarat tertentu. Hasil penelitian menunjukkan, penggunaan vaksin efektif dalam pengendalian Covid-19 saat tingkat penggunaan vaksin minimal 1,1% dengan tingkat efektivitas vaksin 70,89%. Analisis sensitivitas menunjukkan tingkat vaksinasi dan tingkat efektivitas vaksin pada individu rentan merupakan parameter yang berpengaruh. Oleh karena itu, perlu dilakukan pengendalian penyebaran Covid-19 dengan menggunakan vaksin pada individu rentan.

Kata kunci : Covid-19, model matematika SEIR, vaksinasi, titik kesetimbangan, stabil asimtotik, analisis sensitivitas.

1. PENDAHULUAN

Pada akhir 2019 ditemukan virus corona jenis baru di Wuhan, China. Virus corona adalah suatu kelompok virus yang dapat menyebabkan penyakit pada hewan atau manusia. Beberapa jenis virus corona diketahui menyebabkan infeksi saluran pernapasan pada manusia mulai dari batuk pilek hingga yang lebih serius seperti *Middle East Respiratory Syndrome* (MERS) dan *Severe Acute Respiratory Syndrome* (SARS). Virus corona jenis baru ini disebut sebagai *Coronavirus disease 2019* (Covid-19). Pada tanggal 11 Maret 2020, *World Health Organization* (WHO) mengumumkan bahwa Covid-19 menjadi pandemi di dunia. Penyebaran Covid-19 ini terjadi ketika seseorang menghirup percikan cairan (*droplet*) yang keluar dari orang yang terinfeksi Covid-19 ketika batuk, bersin atau berbicara.

Di Indonesia, kasus Covid-19 ini pertama kali dikonfirmasi pada tanggal 2 Maret 2020 dengan dua kasus. Data tanggal 31 Desember 2020 menunjukkan bahwa kasus yang telah terkonfirmasi berjumlah 743.198 kasus. Untuk menekan jumlah kasus yang terus bertambah, salah satu upaya yang dilakukan pemerintah adalah dengan vaksinasi. Pada tanggal 13 Januari 2021, dilakukan vaksinasi pertama kali di Indonesia dengan vaksin Sinovac. Data dari *Our World in Data* menunjukkan bahwa per tanggal 17 Mei 2021 sebanyak 9 juta jiwa yang sudah melakukan vaksin secara lengkap di Indonesia.

(Iwata & Miyakoshi, 2020) menurunkan model penyebaran Covid-19 untuk memperkirakan dampak dari potensi wabah virus di luar China. Sementara itu, (Sinaga dkk., 2021) mengonstruksikan model dengan dinamika Covid-19 yang terjadi di Indonesia. Pada model tersebut, tingkat kelahiran dan tingkat kematian alami dianggap sama.

Menurut Sinaga (2021), ada beberapa hal yang diperlukan untuk menghentikan penyebaran virus ini, seperti menghindari kontak langsung antara individu, karantina disiplin kelompok yang terinfeksi, dan vaksinasi. Pada penelitian ini, penulis tertarik untuk mengkaji model penyebaran Covid-19 yang dibahas oleh Sinaga dengan menambahkan parameter vaksinasi pada individu rentan. Penambahan parameter rentan dan menggunakan data yang diambil dari

wilayah dengan tingkat kasus Covid-19 yang tinggi (DKI Jakarta), diharapkan dapat memberi gambaran mengenai pengaruh dari vaksinasi dalam menekan penyebaran Covid-19.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan metode penelitian kepustakaan atau studi literatur. Hal ini dilakukan untuk mendalami, mencermati, menelaah, dan mengidentifikasi pengetahuan yang menunjang penelitian ini. Sumber – sumber yang digunakan dapat berupa buku, jurnal penelitian, skripsi, tesis, maupun internet.

Adapun langkah–langkah dalam pembentukan model matematika penyebaran penyakit Covid-19 adalah: 1) mengasumsikan dan mendefinisikan parameter yang digunakan pada model SEIR dengan asumsi adanya vaksinasi; 2) menggambar diagram kompartemen untuk membentuk model matematika; 3) menyelesaikan persamaan diferensial; 4) mencari titik kesetimbangan model.; 5) mencari bilangan reproduksi dasar; 6) menganalisa sifat kestabilan titik ekuilibrium; 7) menginterpretasikan hasil yang diperoleh untuk mengetahui jumlah individu yang harus divaksinasi agar tidak terjadi endemik penyakit; 8) mensimulasikan model dengan mendefinisikan nilai parameter dan digambarkan dengan *software* Maple13; 9) melakukan analisis sensitivitas parameter yang berkaitan dengan upaya pengendalian penyebaran Covid-19.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Model Penyebaran Covid-19 dengan Pengaruh Vaksinasi

Model penyebaran Covid-19 dengan pengaruh vaksinasi dikonstruksi menggunakan asumsi–asumsi sebagai berikut: 1) terjadi proses kelahiran dan kematian, dengan tingkat kelahiran sama dengan tingkat kematian alami; 2) tingkat kematian terdiri dari tingkat kematian alami yang ditujukan kepada seluruh kelas populasi dan tingkat kematian disebabkan oleh Covid-19 yang hanya ditujukan pada kelompok individu terinfeksi; 3) populasi konstan; 4) penyakit dapat disembuhkan; 5) setiap individu yang belum terserang penyakit

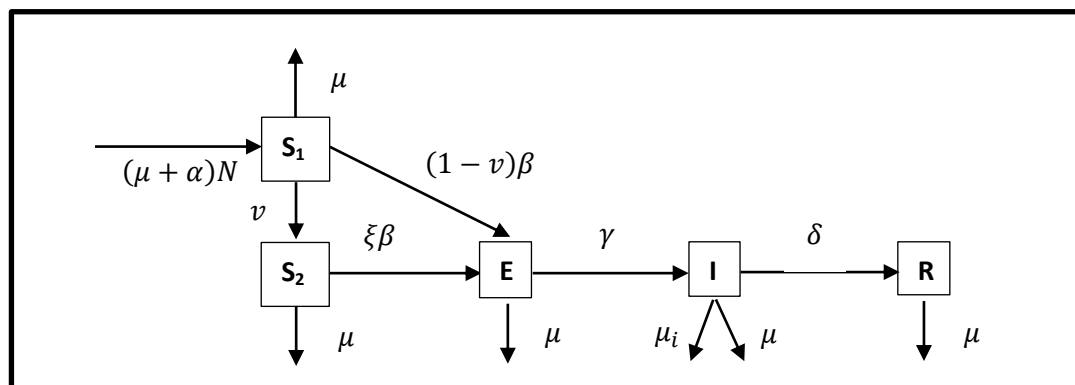
akan masuk ke sub populasi *susceptible*; 6) Covid-19 menular melalui kontak langsung antar individu rentan dengan individu terinfeksi; 7) masa inkubasi terjadi sekitar 1-14 hari.

Variabel dan parameter yang digunakan dalam model penyebaran Covid-19 dengan pengaruh vaksinasi disajikan dalam Tabel 4.1 berikut:

Tabel 1 Variabel dan Parameter dalam Model Penyebaran Covid-19

Simbol	Definisi	Jenis	Syarat	Satuan
S_1	Jumlah individu rentan yang belum divaksinasi dalam populasi	Variabel	$S_1 \geq 0$	Orang
S_2	Jumlah individu rentan yang sudah divaksinasi dalam populasi	Variabel	$S_2 \geq 0$	Orang
E	Jumlah individu terpapar dalam populasi	Variabel	$E \geq 0$	Orang
I	Jumlah individu terinfeksi dalam populasi	Variabel	$I \geq 0$	Orang
R	Jumlah individu sembuh dalam populasi	Variabel	$R \geq 0$	Orang
N	Jumlah total populasi	Variabel	$N \geq 0$	Orang
μ	Tingkat kelahiran atau kematian alami	Parameter	$0 \leq \mu \leq 1$	Per satuan waktu
μ_i	Tingkat kematian akibat infeksi Covid-19	Parameter	$0 \leq \mu_i \leq 1$	Per satuan waktu
α	Tingkat migrasi	Parameter	$0 \leq \alpha \leq 1$	Per satuan waktu
β	Tingkat paparan penyakit	Parameter	$0 \leq \beta \leq 1$	Per satuan waktu
γ	Tingkat infeksi	Parameter	$0 \leq \gamma \leq 1$	Per satuan waktu
δ	Tingkat kesembuhan	Parameter	$0 \leq \delta \leq 1$	Per satuan waktu
v	Tingkat vaksinasi	Parameter	$0 \leq v \leq 1$	Per satuan waktu
ξ	Tingkat efektivitas vaksinasi	Parameter	$0 \leq v \leq 1$	

Berdasarkan asumsi, maka dapat dibentuk diagram kompartemen untuk penyebaran Covid-19 seperti pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Kompartemen Model SEIR untuk Penyebaran Covid-19 dengan Pengaruh Vaksinasi

Berdasarkan diagram kompartemen pada Gambar 4.1, diperoleh model penyebaran Covid-19, yaitu

$$\begin{aligned} \frac{dS_1}{dt} &= (\mu + \alpha)N - (1 - v) \frac{\beta S_1 I}{N} - vS_1 - \mu S_1 \\ \frac{dS_2}{dt} &= vS_1 - \frac{\xi \beta S_2 I}{N} - \mu S_2 \\ \frac{dE}{dt} &= (1 - v) \frac{\beta S_1 I}{N} + \frac{\xi \beta S_2 I}{N} - \gamma E - \mu E \\ \frac{dI}{dt} &= \gamma E - \delta I - (\mu + \mu_i)I \\ \frac{dR}{dt} &= \delta I - \mu R \end{aligned} \tag{1}$$

dengan $N = S_1 + S_2 + E + I + R$.

Sistem (1) dapat dibentuk dalam sistem nondimensional sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{ds_1}{dt} &= (\mu + \alpha) - (1 - v)\beta s_1 i - v s_1 - \mu s_1 \\ \frac{ds_2}{dt} &= v s_1 - \xi \beta s_2 i - \mu s_2 \\ \frac{de}{dt} &= (1 - v)\beta s_1 i + \xi \beta s_2 i - \gamma e - \mu \\ \frac{di}{dt} &= \gamma e - \delta i - (\mu + \mu_i)i \\ \frac{dr}{dt} &= \delta i - \mu r \end{aligned} \tag{2}$$

3.2 Titik Kesetimbangan

Titik kesetimbangan sistem (2) dapat diselesaikan dengan metode *nullclines* yaitu mengasumsikan ruas kanan dari sistem (2) sama dengan nol. Penyelesaian tersebut menghasilkan dua titik kesetimbangan yaitu:

- 1) titik kesetimbangan bebas penyakit

$$\mathbf{x}_0^* = \left(\frac{\mu + \alpha}{v + \mu}, \frac{v(\mu + \alpha)}{\mu(v + \mu)}, 0, 0, 0 \right)$$

2) titik kesetimbangan endemik

$$\mathbf{x}_1^* = \left(\frac{(\mu + \alpha)}{((1-v)\beta i + v + \mu)}, \frac{vs_1}{(\xi\beta i + \mu)}, \frac{(1-v)\beta s_1 i + \xi\beta s_2 i}{(\gamma + \mu)}, \frac{\gamma e}{(\delta + \mu + \mu_i)}, \frac{\delta i}{\mu} \right)$$

3.3 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar (R_0) dapat ditentukan dengan mencari nilai eigen maksimum yang diperoleh dari matriks *next generation*. Berdasarkan sistem (2) diperoleh matriks \mathbf{F} dan \mathbf{V} sebagai berikut:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & (1-v)\beta \left(\frac{\mu + \alpha}{v + \mu} \right) + \xi\beta \left(\frac{v(\mu + \alpha)}{\mu(v + \mu)} \right) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \gamma + \mu & 0 \\ -\gamma & \delta + \mu + \mu_i \end{pmatrix}.$$

Dengan demikian, diperoleh bilangan reproduksi dasar yang merupakan nilai eigen maksimum dari matriks *next generation* (\mathbf{FV}^{-1}), yaitu

$$R_0 = \frac{\beta\gamma(\mu(1-v)(\mu + \alpha) + \xi v(\mu + \alpha))}{\mu(v + \mu)(\gamma + \mu)(\delta + \mu + \mu_i)}$$

3.4 Analisis Perilaku Model di Sekitar Titik Kesetimbangan

Matriks Jacobian hasil linearisasi sisitem (2) di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit adalah

$$J_{(\mathbf{x}_0^*)} = \begin{pmatrix} -v - \mu & 0 & 0 & -(1-v)\beta \left(\frac{\mu + \alpha}{v + \mu} \right) & 0 \\ v & -\mu & 0 & -\xi\beta \left(\frac{v(\mu + \alpha)}{\mu(v + \mu)} \right) & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma - \mu & (1-v)\beta \left(\frac{\mu + \alpha}{v + \mu} \right) + \xi\beta \left(\frac{v(\mu + \alpha)}{\mu(v + \mu)} \right) & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\delta - (\mu + \mu_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta & -\mu \end{pmatrix}$$

Persamaan karakteristik dari matriks $J_{(\mathbf{x}_0^*)}$ adalah

$$|J_{(\mathbf{x}_0^*)} - \lambda\mathbf{I}| = 0$$

$$\Leftrightarrow -\lambda^5 - \lambda^4(v + 5\mu + \gamma + \delta + \mu_i) - \lambda^3(v\delta + 4v\mu + v\gamma + 4\mu\mu_i + 4\mu\gamma + v\mu_i + \gamma\delta + 4\mu\delta + \gamma\mu_i + 10\mu^2) - \lambda^2(6\mu^2\delta + 6\mu^2\gamma + 6\mu^2\mu_i + 6v\mu^2 + 10\mu^3 + 3v\mu\gamma +$$

$$3v\mu\delta + 3v\mu\mu_i + v\gamma\delta + v\gamma\mu_i + 3\mu\gamma\delta + 3\mu\gamma\mu_i) - \lambda(2v\mu\gamma\delta + 2v\mu\gamma\mu_i + 4\mu^3\delta + 4\mu^3\mu_i + 4v\mu^3 + 4\mu^3\gamma + 5\mu^4 + 3v\mu^2\gamma + 3v\mu^2\delta + 3v\mu^2\mu_i + 3\mu^2\gamma\delta + 3\mu^2\gamma\mu_i) - (\mu^3\gamma\mu_i + \mu^3\gamma\delta + v\mu^3\gamma + v\mu^3\mu_i + v\mu^3\delta + v\mu^4 + \mu^4\gamma + \mu^4\delta + \mu^4\mu_i + \mu^5 + v\mu^2\gamma\delta + v\mu^2\gamma\mu_i) = 0.$$

Untuk polinomial orde lima, analisis kestabilannya menggunakan kriteria *Routh-Hurwitz*. Jika dimisalkan $A = -(v + 5\mu + \gamma + \delta + \mu_i)$, $B = -(v\delta + 4v\mu + v\gamma + 4\mu\mu_i + 4\mu\gamma + v\mu_i + \gamma\delta + 4\mu\delta + \gamma\mu_i + 10\mu^2)$, $C = -(6\mu^2\delta + 6\mu^2\gamma + 6\mu^2\mu_i + 6v\mu^2 + 10\mu^3 + 3v\mu\gamma + 3v\mu\delta + 3v\mu\mu_i + v\gamma\delta + v\gamma\mu_i + 3\mu\gamma\delta + 3\mu\gamma\mu_i)$, $D = -(2v\mu\gamma\delta + 2v\mu\gamma\mu_i + 4\mu^3\delta + 4\mu^3\mu_i + 4v\mu^3 + 4\mu^3\gamma + 5\mu^4 + 3v\mu^2\gamma + 3v\mu^2\delta + 3v\mu^2\mu_i + 3\mu^2\gamma\delta + 3\mu^2\gamma\mu_i)$, $E = -(\mu^3\gamma\mu_i + \mu^3\gamma\delta + v\mu^3\gamma + v\mu^3\mu_i + v\mu^3\delta + v\mu^4 + \mu^4\gamma + \mu^4\delta + \mu^4\mu_i + \mu^5 + v\mu^2\gamma\delta + v\mu^2\gamma\mu_i)$, sehingga dapat dibuat tabel Routh seperti Tabel 2 berikut.

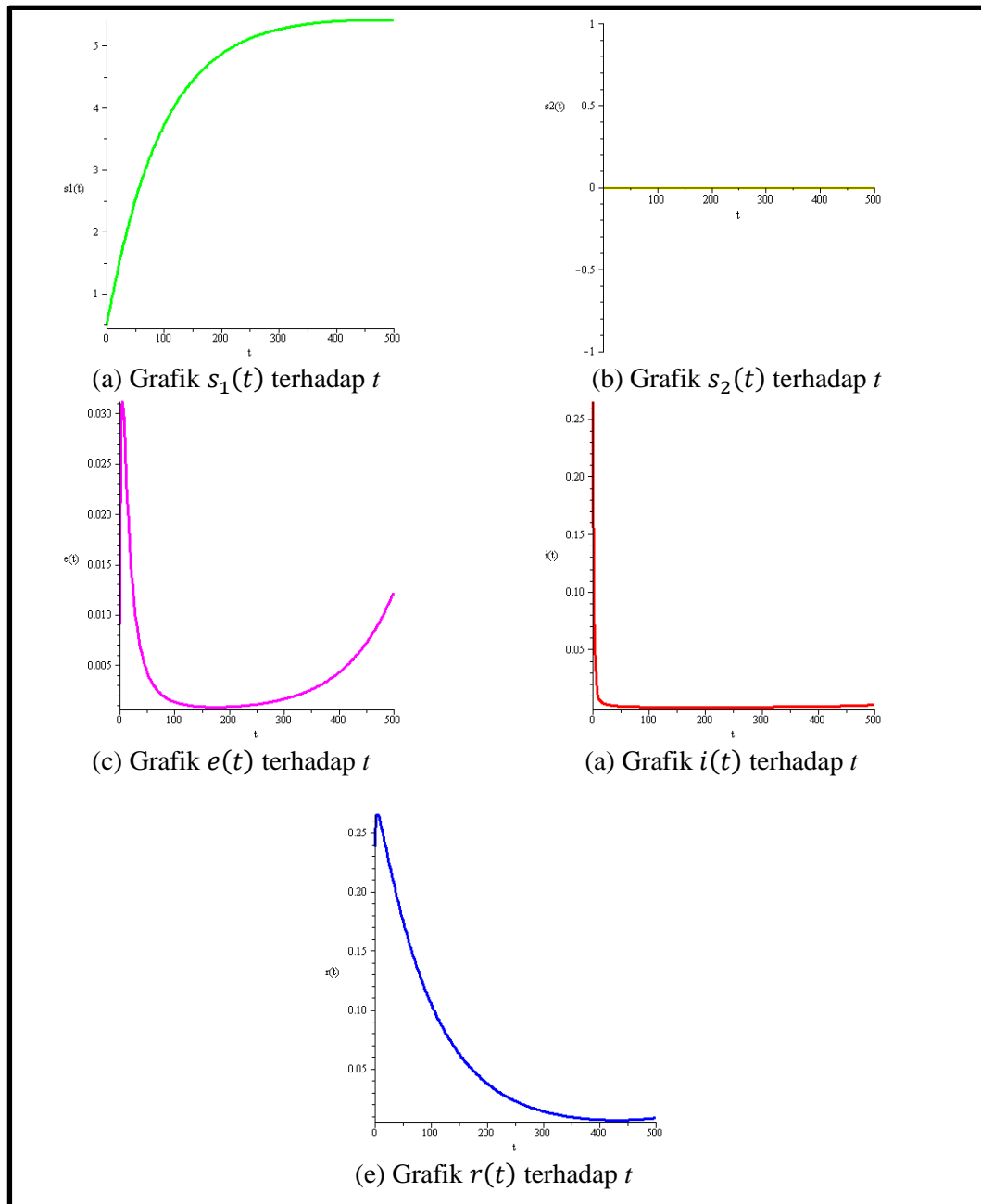
Tabel 2 Routh Bebas Penyakit

λ^5	-1	B	D
λ^4	A	C	E
λ^3	$\frac{AB + C}{A}$	$\frac{AD + E}{A}$	0
λ^2	$\frac{-ACB - C^2 + A^2D + AE}{AB + C}$	E	0
λ^1	$\frac{1}{-ACB - C^2 + A^2D + AE} (-ACBD + CBE - C^2D + A^2D^2 + 2ADE + E^2 + EAB^2)$	0	0
λ^0	E	0	0

Kriteria Routh-Hurwitz menyatakan suatu polinom memiliki semua akar negatif jika dan hanya jika semua elemen di kolom pertama tabel Routh-Hurwitz memiliki tanda sama. Jika bagian real akar-akar dari suatu persamaan karakteristik bernilai negatif, maka sistem bersifat stabil asimtotik di sekitar titik kesetimbangannya. Dari tabel 4.2 didapat bahwa sistem stabil asimtotik di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit (\mathbf{x}_0^*) dengan syarat $AB > C$, $-ACB - C^2 + A^2D + AE < 0$, $-ACBD + CBE - C^2D + A^2D^2 + 2ADE + E^2 + EAB^2 > 0$.

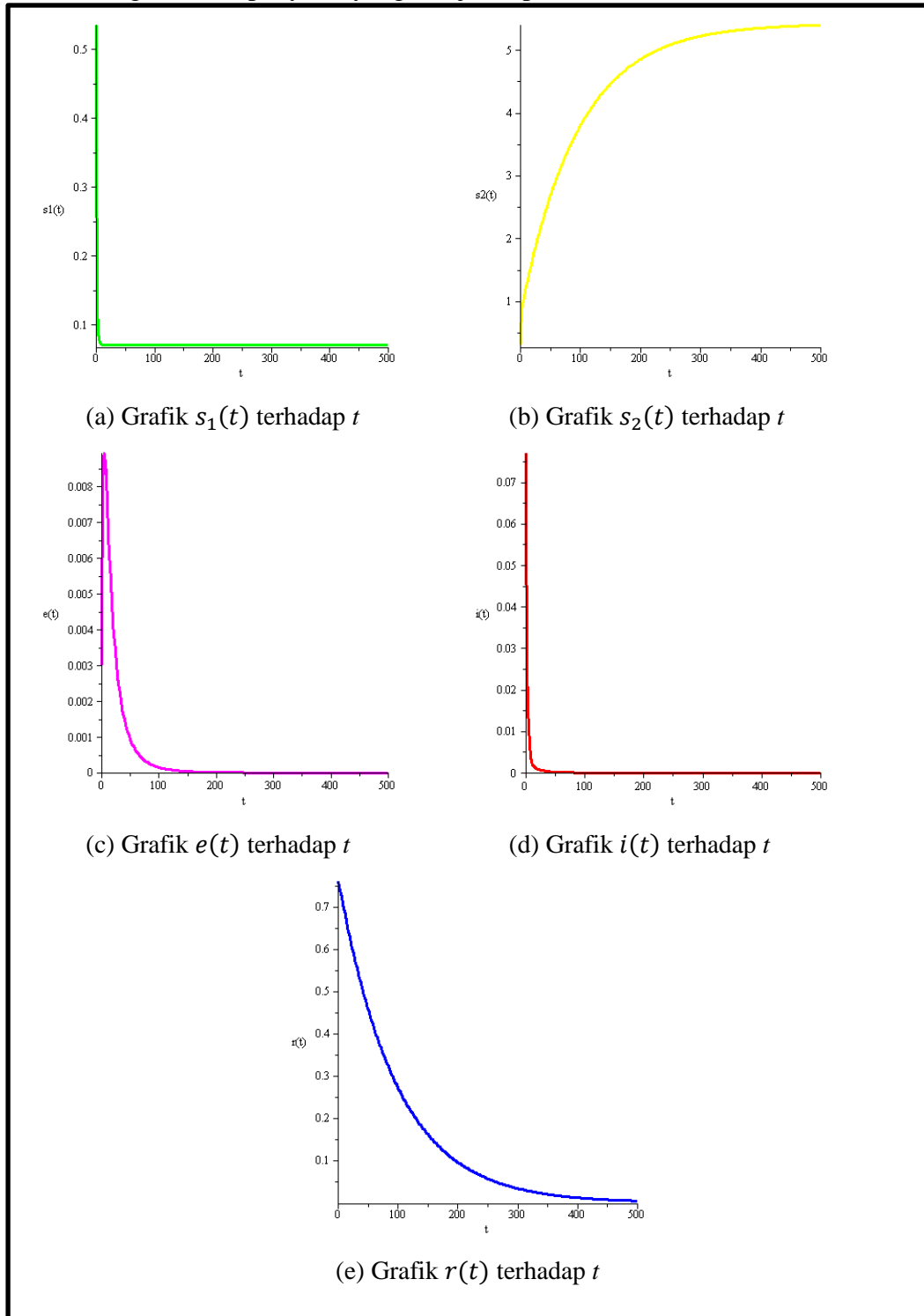
3.5 Simulasi Model

Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi model adalah $\mu = 0,01048$, $\mu_i = 0,32589$, $\alpha = 0,047085$, $\beta = 0,1$, $\gamma = 0,07143$, $\delta = 0,07143$, $\nu = 0$, dan $\xi = 0,7089$. Nilai awal variabel adalah $s_1(0) = 0,489$, $s_2(0) = 0$, $E(0) = 0,009$, $i(0) = 0,265$, dan $r(0) = 0,238$. Hasil simulasi penyelesaian model di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit disajikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Grafik $s_1(t)$, $s_2(t)$, $e(t)$, $i(t)$, $r(t)$ terhadap t untuk titik kesetimbangan endemik

Apabila nilai parameter v diubah menjadi $v = 0,8$ dan nilai awal diubah menjadi $s_1(0) = 0,535, s_2(0) = 0,309, e(0) = 0,003, i(0) = 0,077, r(0) = 0,76$, maka diperoleh hasil simulasi penyelesaian model di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit yang disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Grafik $s_1(t), s_2(t), e(t), i(t), r(t)$ terhadap t untuk titik kesetimbangan bebas penyakit

3.6 Pengaruh Vaksinasi Sebagai Kontrol Pencegahan Covid-19

Pada bagian ini akan dianalisis pengaruh tingkat vaksinasi sebagai upaya pengendalian penyebaran Covid-19 dengan mengubah nilai parameter v , yang disajikan dalam Tabel 3 berikut.

Tabel 3 Perbandingan hasil R_0 untuk $v = 0,005, v = 0,01, v = 0,037, v = 0,05, dan v = 0,1$

v	R_0
0,005	1,06021
0,01	1,00166
0,037	0,89857
0,05	0,88177
0,1	0,85399

Pada Tabel 3 terlihat bahwa untuk $v = 0,005$ dan $v = 0,01$ diperoleh $R_0 \geq 1$. Hal ini dapat disimpulkan bahwa apabila proporsi individu yang divaksin sama dengan 0,005 atau 0,01 kurang tepat untuk mengontrol penyebaran Covid-19. Kemudian untuk $v = 0,037, v = 0,05, dan v = 0,1$ diperoleh nilai $R_0 < 1$. Hal ini berarti apabila proporsi individu yang divaksin lebih dari 0,037 sudah tepat untuk mengontrol penyebaran Covid-19.

3.7 Pengaruh Efektivitas Vaksin Sebagai Kontrol Pencegahan Covid-19

Pada bagian ini akan dianalisis pengaruh tingkat efektivitas vaksin sebagai upaya pengendalian penyebaran Covid-19 dengan mengubah nilai parameter ξ , yang disajikan dalam Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Perbandingan hasil R_0 untuk $\xi = 0,7, \xi = 0,8, \xi = 0,858699, \xi = 0,9, dan \xi = 0,95$

ξ	R_0
0,7	0,81741
0,8	0,93247
0,858699	0,99999
0,9	1,04752
0,95	1,10504

Pada Tabel 4 terlihat bahwa untuk $\xi = 0,7$, $\xi = 0,8$, dan $\xi = 0,858699$ diperoleh $R_0 < 1$. Hal ini dapat disimpulkan bahwa apabila tingkat efektivitas vaksin sama dengan 0,07, 0,8 atau 0,858699 sudah tepat untuk mengontrol penyebaran Covid-19. Kemudian untuk $\xi = 0,9$, dan $\xi = 0,95$ diperoleh nilai $R_0 \geq 1$. Hal ini berarti apabila tingkat efektivitas vaksin lebih dari 0,858699 kurang tepat untuk mengontrol penyebaran Covid-19.

3.8 Analisis Sensitivitas

Pada bagian ini akan dianalisis sensitivitas parameter tingkat vaksinasi dan tingkat efektivitas vaksin terhadap R_0 . Indeks sensitivitas parameter tersebut terhadap R_0 disajikan pada Tabel 5 sebagai berikut.

Tabel 5 Indeks sensitivitas R_0 terhadap parameter dan perubahan R_0

Parameter (p)	Nilai Parameter	Indeks Sensitivitas	Nilai R_0			
			$p + 5\%$	Rasio	$p - 5\%$	Rasio
ν	0,002	-0,01793	1,149	-0,087%	1,151	0,087%
ξ	0,88	0,14404	1,158	0,696%	1,142	-0,696%

Berdasarkan Tabel 4.9, indeks sensitivitas dari ν bernilai negatif, artinya apabila nilai parameter ν naik maka nilai R_0 akan turun, sedangkan indeks sensitivitas dari ξ bernilai positif, artinya apabila nilai parameter ξ naik maka nilai R_0 akan naik. Semakin besar nilai negatif indeks sensitivitas pada suatu parameter maka perubahan parameter akan memberikan nilai R_0 yang makin kecil, disisi lain semakin besar nilai positif indeks sensitivitas pada suatu parameter maka perubahan parameter akan memberikan nilai R_0 yang makin besar.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Model penyebaran Covid-19 yang digunakan pada penelitian ini adalah model SEIR dengan pengaruh vaksinasi. Model ini menghasilkan dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat stabil asimtotis jika

$$AB > C, \quad -ACB - C^2 + A^2D + AE < 0,$$

dan

$$-ACBD + CBE - C^2D + A^2D^2 + 2ADE + E^2 + EAB^2 > 0$$

dengan $R_0 < 1$. Berdasarkan hasil analisis sensitivitas, dapat disimpulkan bahwa apabila memperbesar nilai parameter vaksinasi pada individu rentan akan menghasilkan bilangan reproduksi dasar yang semakin kecil, sehingga dapat menurunkan endemisitas penyakit. Sementara itu, apabila memperbesar nilai parameter efektivitas vaksin akan menghasilkan bilangan reproduksi dasar yang semakin besar, sehingga dapat meningkatkan endemisitas penyakit. Oleh karena itu, untuk mengendalikan penyebaran penyakit Covid-19 perlu meningkatkan penggunaan vaksinasi pada individu rentan.

UCAPAN TERIMAKASIH

Terimakasih kepada semua pihak yang telah memberikan kontribusi pada penelitian dan penulisan naskah artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. dan Rorres, C., *Elementary Liner Algebra*, 11th Ed., Wiley, 2014.
- Campbell, S. L. V. dan Haberman, R., *Introduction to Differential Equation with Dynamical Systems*, Princeton University Press, 2008.
- Castillo-Chavez, C., Feng, Z., dan Huang, W., *On the Computation of RO and Its Role on Global Stability*, Castillo-Chavez, P.C., Blower, S., Driessche, P., Kirschner, D. and Yakubu, A.-A., Eds., *Mathematical Approaches for Emerging and Reemerging Infectious Diseases: An Introduction*, Springer, Berlin, 2002, 229.
- Diekmann, O., Heesterbeek, J. A. P., dan Metz, J. A. J., *On The Definition and The Computation of The Basic Reproduction Ratio RO in Models for Infectious Diseases in Heterogeneous Populations*, *Journal of Mathematical Biology*, **28** (1990), 365–382.
- Edwards, C. H. (Charles H. dan Penney, D. E., *Elementary Differential Equations* (M. J. Horton, H. Stark, J. Lonschein, S. Disanno, I. Zucker, K. Beck, dan T. Benfatti, Ed.; 6th Ed.). Pearson Education, Inc., 2008.
- Giesecke, J., *Modern Infectious Disease Epidemiology*, 3rd Ed., CRC Press, 2017.

- Handayani, D., Hadi, D. R., Isbaniah, F., Burhan, E., dan Agustin, H., *Penyakit Virus Corona 2019*, Jurnal Respirology Indonesia, **40**(2) (2020), 119–129.
- Iwata, K. dan Miyakoshi, C., *A Simulation on Potential Secondary Spread of Novel Coronavirus in an Exported Country Using a Stochastic Epidemic SEIR Model*, Journal of Clinical Medicine, **9**(4) (2020).
- Olsder, G. J., *Mathematical Systems Theory*, 2nd Ed., Delft University Press, 1998.
- Robinson, R. C., *An Introduction to Dynamical Systems Continuous and Discrete*, 2nd Ed., The American Mathematical Society, 2012.
- Ross, S. L., *Differential Equation*, 3rd ed., John Wiley & Sons, Inc, 2010.
- Scheurmann, G. dan Tricoche, X., *The Visualization Handbook: Topological Methods for Flow Visualization*, C. D. Hansen & C. R. Johnson, Eds., Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
- Sinaga, L. P., Nasution, H., dan Kartika, D., *Stability Analysis of the Corona Virus (Covid-19) Dynamics SEIR Model in Indonesia*, Journal of Physics: Conference Series, **1819**(1) (2021).
- Van den Driessche, P. dan Watmough, J., *Reproduction Numbers and Sub-Threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission*, Mathematical Bioscience, **180** (2002), 29–48.
- Wang, Z., Qiang, W., dan Ke, H., *A Handbook of 2019-nCoV Pneumonia Control and Prevention*, Z. Wang, W. Qiang, & H. Ke, Eds., Hubei Science and Technology Press, 2020.

